



## ***Financial Tool: uma Ferramenta Web para o Ensino de Matemática Financeira***

***Title: Financial Tool: a Web Tool for Teaching Financial Mathematics***

*Diogo Albino de Queiroz*  
*Universidade do Estado de Mato Grosso*  
*diogoqueiroz@gmail.com*

*João Gabriel Ribeiro*  
*Universidade do Estado de Mato Grosso*  
*jgr06041980@gmail.com*

*Giovane Maia do Vale*  
*Universidade do Estado de Mato Grosso*  
*vale.giovane@unemat.br*

### **Resumo**

*Ao se pesquisar na literatura pertinente, verificou-se que havia uma certa vacuidade de materiais voltados ao Ensino Fundamental e Ensino Médio, que versassem sobre Matemática Comercial e Financeira, e, principalmente, sobre aplicações práticas nestas áreas. Assim, o objetivo deste artigo foi discutir o aspecto prático do ensino de Matemática Financeira para a formação dos alunos do Ensino Médio, a fim de incentivá-los a pensar em seu futuro financeiro. Nestes termos, com o objetivo de facilitar a abstração dos conceitos e materializar sua dinâmica, foi construída uma ferramenta Web que permite ao usuário simular os ganhos que terá com um determinado investimento. A ferramenta Web, denominada Financial Tool, contempla simuladores para os investimentos em Caderneta de Poupança, Certificado de Depósito Bancário, Fundos DI, Fundos de Renda Fixa e Fundos de Ações. Para a construção dos simuladores de cada aplicação foi utilizado o software GeoGebra e para a construção da página do Financial Tool foram utilizadas as linguagens HTML e CSS. A ferramenta Web, além de poder ser utilizada localmente, pode também ser utilizada de forma online. Por sua vez, os códigos HTML foram validados por meio de um validador online disponibilizado pelo W3C (World Wide Web Consortium). Considerando o aspecto tutorial/didático deste trabalho, por fim são apresentadas atividades relativas a cada tipo de aplicação, apoiadas pelo Financial Tool. Por meio do material bibliográfico gerado e do Financial Tool, espera-se que os alunos do Ensino Médio e demais interessados alcancem a compreensão sobre a Matemática Financeira e, particularmente, sobre as aplicações financeiras. Espera-se ainda que, o uso destes recursos possa estimular os estudantes/usuários a pouparem, a fim de que venham a conquistar sua independência financeira, ou ainda, que consigam, por meio de disciplina e planejamento, alcançarem os seus objetivos de vida.*

**Palavras-Chave:** *Educação Financeira; Matemática Financeira; Investimentos; Ferramenta Web.*

### **Abstract**

*When researching in relevant literature, it was verified there was a certain emptiness of materials aimed at Elementary and High School, which dealt about Commercial and Financial Mathematics, mainly about practical applications in these areas. Thus, the aim of the present work was to discuss teaching practical aspect of Financial Mathematics in the training of secondary school students in order to encourage them to think about their financial future. So, with the purpose of facilitate abstraction of concepts and to materialize their dynamics, a Web tool was constructed allowing user to simulate gains will have with a certain investment. The Web Tool, called Financial Tool, includes investment simulators for Savings Account, Bank Deposit Certificate, Interbank Deposit Funds, Fixed Income Funds and Stock Funds. For simulator construction of each application was used software GeoGebra and for construction of the Financial Tool page were used HTML and CSS languages. The Web tool, besides being able to be used locally, can also be used online. In turn, HTML codes were validated by means of a validator available online by W3C (World Wide Web Consortium). Considering tutorial/didactic aspect of this work, finally are presented activities related to each application type, supported by the Financial Tool. Through bibliographical material and Financial Tool, it's expected High School students, and other interested people will reach an understanding about Financial Mathematics and, particularly, about financial applications. It is also hoped, use of these resources may*

*Cite as: Queiroz, D. A., Ribeiro, J. G. & Vale, G. M. (2019). Financial Tool: a Web Tool for Teaching Financial Mathematics (Financial Tool: uma Ferramenta Web para o Ensino de Matemática Financeira). Brazilian Journal of Computers in Education (Revista Brasileira de Informática na Educação - RBIE), 27(3), 102-131. DOI: 10.5753/RBIE.2019.27.03.102*



*stimulate students/users to save, so that they come to achieve financial independence, or that they can achieve their life goals through discipline and planning.*

**Keywords:** *Financial Education; Financial Mathematics; Investments; Web Tool.*

## 1 Introdução

Analisando os conteúdos programáticos do Ensino Fundamental e Ensino Médio, verificou-se que a Educação Financeira é pouco focada e estimulada nas escolas, e que os livros didáticos praticamente não abordam este assunto. Assim, supõe-se que tais fatos tornem pouco provável a difusão deste tema entre os jovens. E mais, da situação social, financeira e política do Brasil, depreende-se que seja cada vez mais importante que o cidadão dependa cada vez menos do Estado e que conquiste condições próprias para a sua subsistência, seja em seu período produtivo da vida, seja quando de sua aposentadoria.

Oliveira (2014) demonstrou, por meio da análise de alguns livros didáticos indicados pelo PNLEM (Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio) de 2012, que os exercícios propostos nos livros não abordam situações que estimulem os alunos a escolherem entre modalidades diferentes de investimentos. Assim, tais exercícios não incluíam, por exemplo, simulações de situações reais cotidianas que viessem a materializar conceitos e a fornecerem uma visão mais realista sobre estes possíveis investimentos.

Em adição a isso, noticia-se que, talvez por falta de conhecimento, as pessoas optam, geralmente, pela poupança como forma de investimento, uma vez que esta aplicação é a mais acessível e divulgada. Cabe expressar, porém que, a rentabilidade desta aplicação normalmente é menor do que a de outras igualmente conservadoras. Logo, é importante mostrar para o jovem quais as aplicações disponíveis no mercado financeiro, de modo que ele possa avaliar qual é a mais aderente a sua necessidade. Tal afirmação é posta por se entender que pessoas capacitadas consigam distinguir e escolher de forma mais eficiente os seus investimentos.

De acordo com OCDE (2009 apud Hofmann e Moro, 2013, p. 50), a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico “recomenda que a educação financeira, como todos os tipos de ensino, capacite os indivíduos para que eles estejam aptos a analisar diferentes opções (neste caso, financeiras) e a atuar de acordo com seus objetivos”.

Diante desta recomendação e no intuito de aprimorar o entendimento sobre a realidade vigente, buscou-se por trabalhos relacionados ao tema. Averiguou-se que tais trabalhos reforçam a necessidade de aprofundamento em tal assunto e mostram a relevância deste tema na vida das pessoas, bem como, valorizam o uso de tecnologias para a maior compreensão dos temas abordados pelos alunos.

Neste sentido, Vieira Júnior (2017) apresentou algumas conexões entre a Matemática e a Educação Previdenciária, com o intuito de propiciar aos alunos do Ensino Médio o contato com uma aplicação da Matemática na vida cotidiana. O autor discorre sobre um tema de grande relevância social, apesar dos alunos, nesta fase do ensino, estarem amadurecendo e ainda se apropriando dos conhecimentos necessários à compreensão integral das nuances de um assunto tão complexo. O autor utilizou a ferramenta computacional GeoGebra para realizar os cálculos relativos à acumulação de capital e ao usufruto da renda. O uso do *software* possibilitou o acompanhamento das simulações de forma gráfica, o que permitiu com que os alunos fossem introduzidos ao tema, sem a necessidade de possuírem conhecimentos avançados sobre todos os cálculos envolvidos no processo.

Amorim (2014), ao avaliar os alunos concluintes do Ensino Médio, com base em seus conhecimentos relacionados à Matemática Financeira e suas habilidades para tomar decisões



adequadas e conscientes frente às oportunidades de concessão de crédito, observou que, apesar de o tema ser abordado durante o Ensino Fundamental e Ensino Médio, os conteúdos lecionados foram considerados insatisfatórios pela maioria dos entrevistados. Observou também que os alunos apresentavam dificuldades na resolução de alguns problemas. Assim, o autor concluiu que é necessário priorizar o ensino de Matemática Financeira, a fim de evitar a construção de uma sociedade preocupada mais com o valor módico das parcelas decorrentes de uma compra ou empréstimo, do que com os juros efetivos que estão lhes sendo cobrados.

Considerando o uso de *softwares* no processo ensino-aprendizagem, Monzon e Gravina (2013) publicaram um artigo no qual é mostrado como o uso de *software* pode ajudar no ensino de conceitos matemáticos. No trabalho foi desenvolvida uma ferramenta *Web* destinada a auxiliar seus usuários no aprendizado de números complexos e funções. Foram desenvolvidos problemas utilizando como base o *software* GeoGebra, os quais foram incorporados a uma página *Web*. O sistema foi testado com uma turma do 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual do Rio Grande do Sul. O dinamismo e a flexibilidade da solução computacional desenvolvida propiciaram maior interação dos alunos com o conteúdo. Assim, a ferramenta se mostrou eficaz na compreensão dos assuntos abordados.

Ainda neste sentido, Mendonça e Pires (2018) publicaram um estudo sobre a aprendizagem de função exponencial utilizando o *software* GeoGebra. De acordo com os autores, “O GeoGebra foi escolhido por ser um *software* de Matemática dinâmico, gratuito, de fácil manipulação e, principalmente, por este contemplar em uma mesma interface o registro algébrico e gráfico”. O trabalho consistiu na criação de um instrumento de intervenção composto por sete atividades, o qual foi aplicado a alunos voluntários do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual da Bahia. Durante a análise qualitativa, foram selecionados três indivíduos entre os voluntários; o primeiro foi um aluno que obteve nota maior ou igual a 8,0, o segundo, nota entre 5,0 e 6,0 e o terceiro, nota inferior ou igual a 3,0. Ao realizar a análise, verificou-se que o aluno com nota mais baixa teve dificuldades em resolver as questões que não exigiam o uso do GeoGebra, deixando alguns itens sem resposta. Por outro lado, nas questões que demandavam o uso do GeoGebra, tal aluno alcançou um resultado satisfatório. Este fato demonstrou, na visão dos autores, “a contribuição desta tecnologia na aprendizagem de função exponencial”. Os alunos com médias superiores tiveram resultados satisfatórios em ambos os cenários.

Com base no exposto, pôde-se depreender a importância do uso da tecnologia no ensino da Matemática. E mais, apesar dos trabalhos citados serem voltados ao uso da tecnologia como facilitador do processo ensino-aprendizagem, verificou-se a pouca importância que é dada à Matemática Financeira. Infere-se que este fato esteja em consonância com a realidade escolar.

No intento de modificar esta realidade, o trabalho relatado neste artigo consistiu na elaboração de um material didático-pedagógico sobre o tema “Educação Financeira”, o qual contemplou conteúdos de Matemática Financeira e aplicações financeiras, aliado às simulações realizadas via *Financial Tool*. O produto gerado (Conteúdos, Simulador e Simulações) tem, *a priori*, como público-alvo os professores do Ensino Médio e, conseqüentemente, seus alunos que podem utilizar este material durante as aulas que abordem este tema. Especifica-se que, o referido material didático é apresentado sucintamente na seção 2 (Fundamentação Teórica) e as simulações constam na seção 4 (O Simulador e as Simulações das Aplicações Financeiras).

Por fim, cabe esclarecer que, o projeto, construção e validação do simulador *Web* para aplicações financeiras (*Financial Tool*) são os elementos responsáveis pelo ineditismo da pesquisa realizada. Por este motivo, os passos efetuados em sua construção e validação constam na seção 3 (*Financial Tool: Realização Computacional*). No simulador estão materializadas as seguintes aplicações financeiras: Caderneta de Poupança, Certificado de Depósito Bancário (CDB), Fundos DI, Fundos de Renda Fixa e Fundos de Ações. Este sistema, que foi construído com o auxílio do



*software* livre GeoGebra, demandou o uso das linguagens HTML e CSS, e encontra-se disponível no endereço: <http://sinop.unemat.br/projetos/financialtool>.

## 2 Fundamentação Teórica

Os conteúdos que seguem fundamentam a pesquisa efetuada, fornecem ao leitor o arcabouço teórico para a compreensão integral dos relatos aqui apresentados e constituem um prospecto do material didático-pedagógico elaborado sobre o tema “Educação Financeira”.

### 2.1 Matemática Financeira

As aplicações financeiras geram retorno financeiro por meio de juros. Assim, o conceito de juros e suas nuances, bem como, a definição de juros compostos, são brevemente apresentados a seguir.

#### 2.1.1 Juros

De acordo com Assaf Neto (2016, p. 1), as taxas de juros devem ser eficientes de maneira a remunerar:

- a) O risco envolvido na operação (empréstimo ou aplicação), representado genericamente pela incerteza com relação ao futuro;
- b) A perda do poder de compra do capital motivada pela inflação. A inflação é um fenômeno que corrói o capital, determinando um volume cada vez menor de compra com o mesmo montante;
- c) O capital emprestado/aplicado. Os juros devem gerar um lucro (ou ganho) ao proprietário do capital como forma de compensar a sua privação por determinado período de tempo. Este ganho é estabelecido basicamente em função das diversas outras oportunidades de investimentos e definido por custo de oportunidade.

Nestes termos, depreende-se que a finalidade dos juros vá mais além da simples remuneração relativa ao empréstimo do capital.

#### 2.1.2 Juros Compostos

No regime de juros compostos se considera que, inicialmente, os juros referentes ao primeiro período sejam incorporados ao capital, perfazendo o montante (capital + juros) do período. Este montante, após um novo período, renderá juros novamente. Tais juros, por sua vez, serão incorporados novamente ao montante, formando um novo montante e assim por diante (Assaf Neto, 2016).

Segue abaixo um exemplo de como ocorre a capitalização no regime de juros compostos (Tabela 1). Para o exemplo abaixo foi considerado um investimento por 4 períodos com um aporte inicial (Capital) de R\$1.000,00 a uma taxa de juros de 10% ao período.

Tabela 1: Exemplo de aplicação sob regime de juros compostos.

Período	Saldo no início de cada período (R\$)	Juros apurados para cada período (R\$)	Saldo acumulado ao final de cada período (R\$)
Fim do 1º período	R\$ 1.000,00	R\$ 100,00	R\$ 1.100,00
Fim do 2º período	R\$ 1.100,00	R\$ 110,00	R\$ 1.210,00
Fim do 3º período	R\$ 1.210,00	R\$ 121,00	R\$ 1.331,00
Fim do 4º período	R\$ 1.331,00	R\$ 133,10	R\$ 1.464,10

Fonte: Adaptado de Assaf Neto (2016).

Como pode-se observar na Tabela 1, os juros (3ª coluna da tabela) a cada período são incorporados ao montante (2ª coluna da tabela), assim os juros do período seguinte são calculados sobre o valor do montante atualizado (montante do período anterior mais os juros do período



anterior). A fórmula do juro composto pode ser definida da seguinte forma:

$$C_n = C(1 + i)^n \quad (1)$$

Onde:

- $C_n$  = é o capital acumulado após  $n$  períodos.  $C_n$  também chamado de Valor Futuro (VF);
- $C$  = capital, que também pode ser chamado de Valor Presente (VP);
- $i$  = taxa de juros;
- $n$  = prazo (unidades de tempo ou número de períodos).

## 2.2 Tipos de Investimentos

Os tipos de investimentos considerados neste trabalho e detalhados a seguir foram: caderneta de poupança, Certificado de Depósito Bancário (CDB), fundo DI, fundo de renda fixa e fundo de ações.

A caderneta de poupança é o investimento mais simples e popular. Ela é considerada de baixo risco, pois se o banco no qual a aplicação for realizada quebrar, existe um fundo denominado Fundo Garantidor de Crédito (FGC<sup>1</sup>) que serve como uma espécie de seguro ao investidor. De acordo com Cerbasi (2003), a poupança é o único investimento popular sobre o qual não incide imposto de renda e a taxa é idêntica em todos os bancos. Uma desvantagem é que o investimento oferece baixa rentabilidade e geralmente perde em ganho para a maioria dos investimentos de baixo risco do mercado (Cerbasi, 2003).

O CDB é um título que os bancos emitem com o objetivo de captar dinheiro para financiar suas atividades de crédito. Ele é garantido pelo FGC. O tipo de CDB mais comum é o pós-fixado. Neste caso a rentabilidade é definida como um percentual sobre o CDI<sup>2</sup> (Certificado de Depósito Interbancário), que, normalmente, é muito próximo da taxa SELIC. Pode-se ainda indexar o CDB por outro indicador como, por exemplo, o IPCA. Os bancos de menor credibilidade ou tamanho tendem a oferecer as melhores taxas (Cerbasi, 2003). Sobre o CDB não há a incidência de taxa de administração.

Os fundos de renda fixa devem possuir, no mínimo, 80% da carteira em ativos relacionados diretamente, ou sintetizados via derivativos, a ativos de renda fixa. Os principais fatores de risco são a variação da taxa de juros e/ou índice de preços (Comissão de Valores Mobiliários [CVM], 2014). Eles são investimentos de baixo risco, permitem resgates a qualquer momento e possuem rentabilidade diária. Não são garantidos pelo FGC. O maior risco está relacionado a uma possível quebra da instituição que administra o fundo e a uma má administração, resultando em rentabilidades abaixo do que potencialmente pode oferecer (Cerbasi, 2003). Este investimento permite ao investidor ter acesso a títulos e a papéis seguros os quais uma pessoa física com recursos limitados não teria.

Fundos DI são fundos de renda fixa cuja política de investimento garante que ao menos 95% do seu patrimônio líquido esteja investido em ativos que acompanham, direta ou indiretamente, a variação do CDI ou da taxa SELIC. No mínimo 80% de seu patrimônio líquido, representados

<sup>1</sup> O FGC (Fundo Garantidor de Créditos) é uma entidade privada, sem fins lucrativos, que garante créditos de instituições financeiras até o limite de R\$ 250 mil de acordo com sua regulamentação. O limite é válido por CPF e/ou CNPJ, por instituição financeira ou conglomerado. Desde o dia 21 de dezembro de 2017, o FGC estabeleceu o teto de R\$ 1 milhão, a cada período de 4 anos, para garantias pagas para cada CPF ou CNPJ. Informações extraídas do site: < <https://www.fgc.org.br/> >.

<sup>2</sup> A taxa média diária do CDI é calculada com base nas operações de emissão de certificados de um dia e é sempre muito próxima da taxa de juro básica da economia, a SELIC. Por ser muito importante no mercado interbancário, o CDI acaba servindo de referência para outras taxas praticadas pelos bancos e também é utilizada como referencial (*benchmark*) para a rentabilidade das aplicações financeiras, principalmente de renda fixa. (Borges & Uller, 2017)



isolada ou cumulativamente, devem ser aplicados em títulos públicos federais e ativos financeiros de renda fixa considerados de baixo risco de crédito pelo gestor (Fortuna, 2005). Os fundos DI são um investimento de baixo risco, permitem o resgate a qualquer momento e possuem rentabilidade diária. Não é garantido pelo FGC. Eles constituem uma forma de aplicação que acompanha a taxa de juros do mercado, garantindo oscilação similar.

Os fundos de ações devem possuir, no mínimo, 67% da carteira em ações admitidas à negociação no mercado à vista de bolsa de valores ou entidade do mercado de balcão organizado (Fortuna, 2005). Estes fundos normalmente utilizam como *benchmark* um índice de desempenho de mercado, tais como, Ibovespa<sup>3</sup>, ISE<sup>4</sup> (Índice de Sustentabilidade Empresarial) e o IBRX 100<sup>5</sup> (Cerbasi, 2003). O risco deste investimento é alto, pois o valor das ações está sujeito às especulações dos investidores e às incertezas de mercado. Especulações políticas, econômicas e legislativas, dentre outras, podem impactar direta ou indiretamente sobre os preços das ações, tanto de forma positiva, quanto de modo negativo. Os fundos de ações não são garantidos pelo FGC. Este tipo de investimento é a forma mais simples do investidor pessoa física negociar ações, exigindo mais um conhecimento básico de “como o mercado se comporta”, do que o conhecimento das empresas que compõe os fundos. As desvantagens estão associadas ao fato de a aplicação ser de alto risco, à grande exposição/vulnerabilidade a riscos econômicos e políticos e à alta volatilidade nas cotações, o que exige experiência, mais cautela e conhecimento por parte dos investidores.

### 2.3 Impostos e Taxas sobre Investimentos

As taxas e impostos incidem negativamente sobre os investimentos. Assim, estes elementos, considerados nos simuladores, são apresentados a seguir.

#### 2.3.1 Impostos sobre Investimentos

A caderneta de poupança não possui tributação de impostos. Por outro lado, sobre os rendimentos relacionados às aplicações em CDB, fundos de ações, fundos de renda fixa e fundos DI, podem incidir os impostos.

A Receita Federal criou uma tabela para a cobrança do IOF (Imposto Sobre Operação Financeira), cujas taxas incidem sobre os rendimentos brutos obtidos pela aplicação até o 29º dia de aplicação. Se o montante for resgatado após este período, a alíquota de IOF será 0 (zero). Entre os investimentos abordados neste trabalho, há incidência do IOF, nas aplicações em CDB, fundos de renda fixa e fundos DI.

O “come-cotas” é uma antecipação do imposto de renda, isto é, ao invés do ganho do investidor ser tributado somente no momento do resgate, a tributação é cobrada em forma de cotas a cada seis meses, ocorrendo sempre no último dia útil de maio e novembro. O percentual cobrado corresponde à menor alíquota de imposto de renda incidente em cada tipo de fundo, ou seja, a cobrança semestral é de 15% sobre a rentabilidade, nos investimentos abordados neste trabalho. No momento do resgate, caso a alíquota do Imposto de Renda (IR) devido pelo investidor seja maior que a alíquota descontada pelo “come-cotas”, a diferença é descontada sobre o valor a ser resgatado. Entre os investimentos abordados neste artigo, há a incidência do come-cotas nas aplicações em fundos de renda fixa e fundos DI. Com exceção dos fundos de ações, a taxa do IR

<sup>3</sup> Objetivo é ser o indicador do desempenho médio das cotações dos ativos de maior negociabilidade e representatividade do mercado de ações brasileiro.

<sup>4</sup> Composto por empresas que, além de possuírem uma liquidez mínima, possuem um alinhamento estratégico com a sustentabilidade.

<sup>5</sup> Indicador do desempenho médio das cotações dos 100 ativos de maior negociabilidade e representatividade do mercado de ações brasileiro.



pode variar de 22,5% à 15% de acordo com o prazo de permanência na aplicação.

Os fundos de ações não possuem IOF e “come-cotas”. A taxa do imposto de renda é de 15% sobre o rendimento independente do tempo da aplicação.

### 2.3.2 *Taxas sobre Investimentos*

A taxa de administração consiste das remunerações devidas pelo fundo de investimento à administradora e a cada um dos prestadores de serviços contratados pelo fundo. Há a incidência de taxa de administração nas aplicações em fundos de renda fixa, fundos DI e fundos de ações.

A taxa de performance é um percentual cobrado do investidor sobre o ganho do fundo, quando este superar um determinado índice como, por exemplo, o índice do CDI. Esta taxa é normalmente encontrada em fundos que buscam superar o índice de referência a que estes estão vinculados.

As taxas de ingresso ou saída referem-se às taxas que são cobradas, respectivamente, no momento da aquisição ou resgate das cotas dos fundos de investimentos.

## 2.4 Rendimentos dos Investimentos

A rentabilidade do investimento é um assunto importante a ser compreendido pelo investidor, visto que, apesar de a aplicação ter uma rentabilidade positiva, isso nem sempre significará que houve um aumento do poder de compra. A ocorrência do poder de compra sempre dependerá da taxa de inflação no período.

A taxa nominal<sup>6</sup> adotada no mercado financeiro considera a rentabilidade do investimento em determinado período, não discriminando a taxa real e a inflação. Por outro lado, o objetivo da taxa real é expurgar a inflação da taxa nominal para verificar se houve aumento real do poder de compra do investidor num dado período (Assaf Neto, 2016).

De acordo com Gonçalves, Gonçalves, Santa Cruz e Matesco (2010), a inflação é um aumento geral dos preços, que pode ser contínuo ao longo do tempo ou ocorrer somente por determinados períodos, e faz com que o nível geral de preços se altere para um patamar superior. Assim, verifica-se que a inflação causa uma depreciação no poder de compra do dinheiro e, conseqüentemente, ela deve ser considerada no âmbito das aplicações financeiras.

De modo geral, a taxa real pode ser calculada da seguinte forma (Assaf Neto, 2016):

$$TaxaReal (r) = \frac{1 + TaxaNominal (i)}{1 + TaxaInflação (I)} - 1 \quad (2)$$

## 3 *Financial Tool: Realização Computacional*

Conforme o especificado anteriormente, o projeto, a construção e a validação do *Financial Tool* são os elementos que caracterizam a pesquisa aqui descrita como inédita. Assim, por sua importância, as subseções que seguem destinam-se à descrição da construção e validação do simulador.

### 3.1 Criação de Simulador para Internet: *Financial Tool*

O *Financial Tool* é uma ferramenta de cálculo e simulação com potencialidades gráficas que pode ser utilizada via *Internet* ou ser baixada para uso local. Para que as simulações ocorram, o usuário pode alterar valores relacionados com as variáveis relativas à aplicação escolhida e efetuar

<sup>6</sup> Também denominada de taxa de juros neste trabalho.



simulações baseadas nestes valores.

Para que o *Financial Tool* fosse construído, as seguintes ferramentas tecnológicas foram utilizadas em sua implementação:

- **Linguagem de marcação de texto HTML**

O HTML (*HyperText Markup Language*) é uma linguagem de marcação padrão para a criação de páginas HTML e se presta à descrição da estrutura da página *Web* por meio de marcações. A navegação nas páginas *Web* é viabilizada através do uso de hipertexto (Bertagnolli & Miletto, 2014).

- **Linguagem CSS (*Cascading Style Sheets*)**

A linguagem CSS (*Cascading Style Sheets* ou, em português, folhas de estilo em cascata) é utilizada para adicionar estilos a um documento HTML. Por meio desta linguagem pode-se definir como alguns elementos, tais como, fontes, bordas, cores e elementos textuais, serão visualizados nas páginas *Web* (Bertagnolli & Miletto, 2014).

- **GeoGebra**

Criado por Markus Hohenwarter em 2001/2002 como parte da sua dissertação de mestrado em Educação Matemática e Ciência da Computação pela Universidade de Salzburg na Áustria, a ferramenta GeoGebra<sup>7</sup> é um *software* livre e dinâmico de cunho matemático, passível de ser utilizado em todos os níveis de ensino (Hohenwarter & Preiner, 2007). O programa reúne conceitos relativos à Geometria, Álgebra, Cálculo, Estatística e recursos gráficos em um único pacote. De acordo com o Manual do GeoGebra (2017), “as construções no GeoGebra consistem em objetos matemáticos de vários tipos que podem ser criados usando ferramentas ou comandos”.

Assim, os elementos gráficos e matemáticos foram desenvolvidos no GeoGebra para posteriormente serem carregados nas páginas *Web*, as quais foram desenvolvidas utilizando-se as linguagens HTML e CSS.

O *software Financial Tool* contempla simulações para os seguintes tipos de investimentos: caderneta de poupança, Certificado de Depósito Bancário (CDB), fundo DI (Depósitos Interfinanceiros ou Depósitos Interbancários), fundo de renda fixa e fundo de ações.

Todos os *softwares* utilizados na implementação são gratuitos. E mais, o simulador *Web* desenvolvido pode ser entendido como um Sistema de Informação que utiliza a Tecnologia da Informação em sua concepção, visto que este consiste em um *software* disponibilizado por meio da *Internet*.

### 3.1.1 GeoGebra: A Construção das Simulações das Aplicações Financeiras

Para a construção do *Financial Tool* foi necessária, a priori, uma ferramenta computacional que gerasse simuladores, individuais para cada aplicação, passíveis de terem os valores de suas variáveis de entrada alterados e que mostrassem com agilidade, de forma numérica e gráfica, os resultados das simulações dos investimentos. Além disso, a ferramenta deveria permitir que o simulador gerado pudesse ser incorporado a uma página *Web*, possibilitando desta forma o acesso *online* e, conseqüentemente, a sua utilização por um maior número de pessoas.

Diante destas injunções, optou-se pelo uso do *software* GeoGebra. Um dos principais recursos

---

<sup>7</sup> GeoGebra é um *software* de código aberto disponível gratuitamente para uso não comercial. Licença pode ser encontrada no site <https://www.geogebra.org/license>



considerados na escolha do GeoGebra foi o controle deslizante. Por meio da utilização de controles deslizantes, o usuário define os valores das variáveis de entrada e, na sequência, a ferramenta simula automaticamente os investimentos no período de acumulação informado.

A fim de tornar a construção dos simuladores das aplicações financeiras tangível, apresenta-se, sem perda de generalidade, a construção do simulador para a “Caderneta de Poupança”. No entanto, para a elucidação completa das construções efetuadas, ao final desta subseção são apresentados os elementos que, quando acrescentados ao simulador da Caderneta de Poupança, dão origem aos demais simuladores.

Na construção dos simuladores, os controles deslizantes foram utilizados para que o usuário pudesse fazer a configuração das aplicações. Por meio deles, os seguintes valores podem ser ajustados:

- **Taxas de juros:** pode-se escolher algum valor entre 0% e 2% ao mês;
- **Taxa de inflação:** pode ser tomado um valor que varia de 0% a 1% ao mês;
- **Período de acumulação:** pode ser tomado um valor no intervalo de 0 a 20 anos;
- **Depósito inicial:** pode ser um valor monetário fixo entre R\$0,00 e R\$30.000,00; e
- **Valor do depósito mensal:** pode ser tomado como um valor constante entre R\$0,00 e R\$1.000,00.

A Figura 1 ilustra a interface gráfica do simulador da Caderneta de Poupança. Na referida figura, podem ser verificados, na porção superior esquerda, os controles deslizantes detalhados acima.

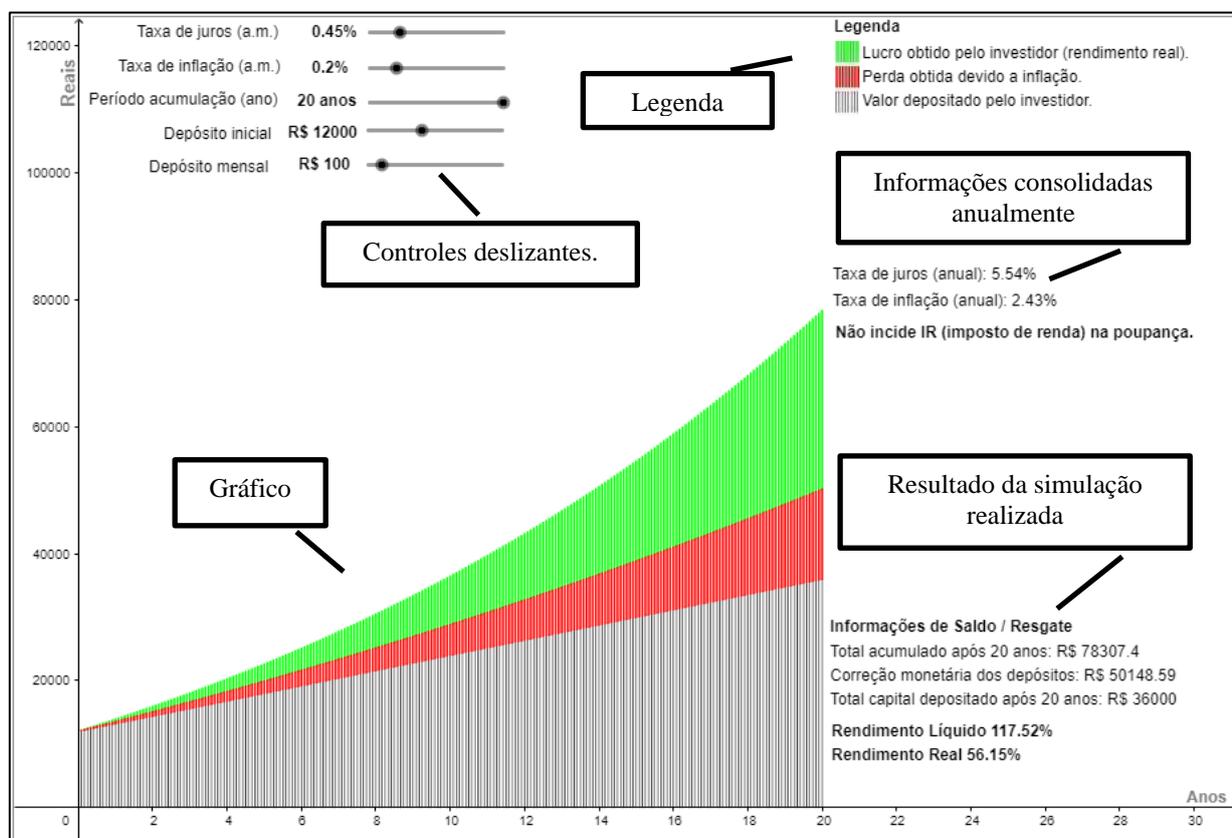


Figura 1: Ilustração da Interface Gráfica do Simulador de Caderneta de Poupança: Características.

Ainda na Figura 1, as unidades do eixo das abscissas são dadas em Anos e as do eixo das ordenadas em Reais (R\$). Além disso, podem ser observados, na porção direita da interface



gráfica (de cima para baixo): a legenda, as informações consolidadas anualmente e o resultado da simulação realizada. Para se criar a legenda e os demais dizeres da interface, foi utilizado o objeto “texto”, disponibilizado pelo programa. Para a criação da escala de cores presente à esquerda da legenda, houve a inserção de uma imagem de quadrículas com as cores que compõe o gráfico, presente na porção inferior esquerda da Figura 1.

Os valores das taxas anuais consolidadas que aparecem na tela (à direita da interface, em sua porção central) foram calculadas com o auxílio de variáveis criadas para este fim específico. A taxa de juro e a taxa de inflação, todas anuais, são determinadas, respectivamente, da seguinte forma:

$$TaxaJuros_{anual} = ((1 + TaxaJuros_{mensal})^{12} - 1) * 100 \quad (3)$$

$$TaxaInflação_{anual} = ((1 + TaxaInflação_{mensal})^{12} - 1) * 100 \quad (4)$$

No gráfico pode-se visualizar o total do capital depositado pelo investidor, destacado na cor preta, o rendimento real, destacado na cor verde, e o impacto da inflação no rendimento bruto, destacado na cor vermelha. Caso não houvesse inflação no período, toda parte que está em vermelho, também estaria verde, ou seja, o lucro do investidor seria maior.

Para a geração dos gráficos foram utilizados os comandos lista de iteração, sequência, segmento e elemento<sup>8</sup>. Estes comandos possibilitaram o cálculo dos valores e a criação dos segmentos de reta que representam graficamente os acúmulos mensais.

Para gerar os segmentos de reta verticais que constituem o gráfico, foram definidas as listas 4, 5 e 6, detalhadas abaixo, as quais representam, respectivamente, os segmentos nas cores preta (valor depositado pelo investidor), vermelha (perda obtida devido à inflação) e verde (lucro obtido pelo investidor – rendimento real).

$$lista4: Sequência \left( Segmento \left( \left( \frac{k}{12}, Elemento(lista1, k + 1) \right), \left( \frac{k}{12}, 0 \right) \right), k, 1, am \right)$$

$$lista5: Sequência \left( Segmento \left( \left( \frac{k}{12}, Elemento(lista2, k + 1) \right), \left( \frac{k}{12}, Elemento(lista1, k + 1) \right) \right), k, 1, am \right)$$

$$lista6: Sequência \left( Segmento \left( \left( \frac{k}{12}, Elemento(lista3, k + 1) \right), \left( \frac{k}{12}, Elemento(lista2, k + 1) \right) \right), k, 1, am \right)$$

Onde:

- *lista1*: representa o valor acumulado depositado pelo investidor  
 $ListaDeIteração(m + pgto, m, \{vp\}, am)$
- *lista2*: representa o valor acumulado depositado, considerando a correção monetária do saldo do mês anterior, acrescido do depósito do mês atual (se houver)  
 $ListaDeIteração(m * (1 + inflacao) + pgto, m, \{vp\}, am); e$
- *lista3*: representa o valor acumulado com o rendimento bruto  
 $ListaDeIteracao(m * (1 + i) + pgto, m, \{vp\}, am)$

Nas listas acima, a variável *m* armazena a soma de todos os depósitos efetuados até um dado mês, a variável *vp* representa o valor inicial (depósito inicial), *pgto* é o valor mensal depositado,

<sup>8</sup> Maiores informações podem ser encontradas nos sites: [https://wiki.geogebra.org/en/IterationList\\_Command](https://wiki.geogebra.org/en/IterationList_Command),  
[https://wiki.geogebra.org/en/Sequence\\_Command](https://wiki.geogebra.org/en/Sequence_Command), [https://wiki.geogebra.org/en/Segment\\_Command](https://wiki.geogebra.org/en/Segment_Command),  
<https://wiki.geogebra.org/en/Element>



$am$  é o período de acumulação em meses e  $i$  é a taxa de juros mensal.

Para se obter o valor do total do capital depositado, o valor total da correção monetária dos depósitos e o valor do total acumulado após o período de acumulação, toma-se, respectivamente, o último elemento das listas 1, 2 e 3.

A construção dos demais simuladores foi realizada tendo por base o descrito para o simulador de Caderneta de Poupança, respeitando as particularidades de cada um dos investimentos.

### 3.1.1.1 Simuladores para Fundos DI e Fundos de Renda Fixa

Na construção dos simuladores para os Fundos DI e Fundos de Renda Fixa foram acrescentados a taxa de administração anual e o percentual de imposto de renda. Os valores destes itens podem ser definidos pelo usuário no momento da simulação e impactam diretamente sobre a rentabilidade do investimento.

Com a inclusão da taxa de administração, a lista 3, análoga àquela apresentada na descrição do simulador para a Caderneta de Poupança, passou a ter a seguinte formulação:

- *lista3*: representa o valor acumulado com o rendimento bruto. Matematicamente tem-se:
 
$$ListaDeIteracao \left( m * \left( 1 + i - \left( (1 + TaxaAdmin_{anual})^{\frac{1}{12}} - 1 \right) \right) + pgto, m, \{vp\}, am \right)$$

Como pode ser observado acima, a taxa de administração impacta diretamente na rentabilidade do investimento e, como ela é informada como um percentual anual, houve a necessidade de convertê-la para um percentual mensal.

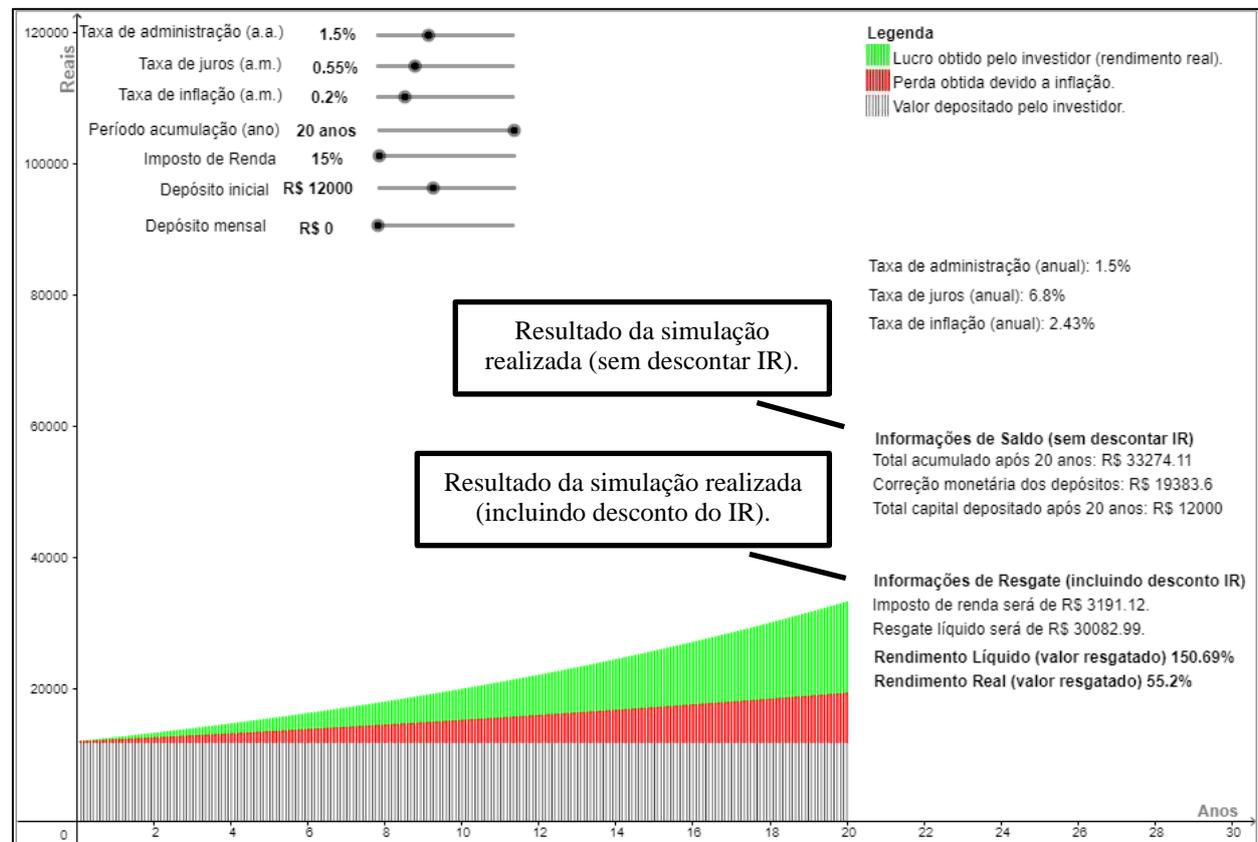


Figura 2: Ilustração da Interface Gráfica do Simulador de Fundos DI: Características.

Com a inclusão do percentual do imposto de renda no simulador, foi necessário alterar o conteúdo a ser visualizado como resultado da simulação realizada. Na Figura 2 pode-se observar



tais alterações à direita da imagem que ilustra a interface do simulador de Fundos DI. Nas interfaces gráficas destes simuladores (Fundos DI e Fundos de Renda Fixa) é possível visualizar os resultados com ou sem o desconto do imposto de renda.

Para se obter o valor do total do capital depositado, o valor total da correção monetária dos depósitos e o valor do total acumulado após o período de acumulação, sem o desconto do imposto de renda, toma-se, respectivamente, o último elemento das listas 1, 2 e 3. Por outro lado, para se obter os valores apresentados nos campos que constam em “incluindo o desconto do IR”, considera-se o seguinte:

- Valor do imposto de renda: para a obtenção deste valor, aplica-se o percentual do imposto de renda sobre o lucro bruto obtido. Especifica-se que, o lucro bruto é a diferença entre o valor total acumulado e o valor total do capital depositado;
- Resgate líquido: este valor é a diferença entre o valor do total acumulado e o valor do imposto de renda;
- Rendimento líquido: este percentual é obtido por meio da divisão do valor do resgate líquido pelo valor total do capital depositado;
- Rendimento real: este percentual é obtido por meio da divisão do valor do resgate líquido pelo valor total da correção monetária dos depósitos. Se o percentual for positivo, isto representa o aumento do poder de compra do investidor, caso contrário, se for negativo, representa a perda do poder de compra.

### 3.1.1.2 Simulador dos Fundos de Ações

O simulador dos Fundos de Ações possui basicamente as mesmas particularidades que os simuladores dos Fundos DI e Fundos de Renda Fixa, com exceção da alíquota de imposto de renda, que é fixa em 15%.

### 3.1.1.3 Simulador do CDB (Certificado de Depósito Bancário)

Considerando os dados configuráveis no simulador de Caderneta de Poupança, no CDB foi excluída a taxa de juros e foram acrescentados o percentual de imposto de renda, a taxa do CDI e o percentual do CDI, por se considerar neste trabalho o CDB pós-fixado. Estes dados podem ser definidos pelo usuário no momento da simulação e impactam diretamente na rentabilidade do investimento.

Com a exclusão da taxa de juros, e a inclusão da taxa do CDI e percentual do CDI, tem-se um impacto direto no cálculo da lista 3, conforme pode-se observar abaixo:

- *lista3*: representa o valor acumulado com o rendimento bruto. Matematicamente tem-se:  

$$ListaDeIteracao \left( m * (1 + PercentualCDI * TaxaCDI)^{\frac{1}{12}} + pgto, m, \{vp\}, am \right)$$

A taxa do CDI é informada como percentual anual. Assim, houve a necessidade de convertê-la para um percentual mensal.

### 3.1.2 Programação de Páginas Web

Os elementos gráficos e matemáticos do simulador *Web Financial Tool* foram desenvolvidos no GeoGebra, conforme o descrito nas subseções anteriores. Posteriormente estes elementos foram carregados nas páginas *Web*, as quais foram desenvolvidas utilizando-se as linguagens HTML e CSS.



Na construção do simulador *Financial Tool* foi utilizado o HTML4.01<sup>9</sup> *Transitional*. Para incorporar cada simulador gerado no GeoGebra à página do *Financial Tool*, inicialmente foi necessário carregá-los para o repositório de aplicações da página do GeoGebra na *Web*. Na sequência, para incorporar os arquivos à página *Web* do *Financial Tool*, foi necessário extrair o *link* gerado automaticamente pelo *site* do GeoGebra e incluí-lo no código fonte do simulador financeiro.

### 3.2 Validação dos Códigos do *Financial Tool*: Aspectos Matemáticos e Computacionais

Para garantir que as informações geradas pelo *Financial Tool* estivessem corretas, foram elaboradas planilhas eletrônicas, com funcionalidades idênticas àquelas implementadas nos simuladores, e que serviram como base para homologar/validar por comparação todo o desenvolvimento matemático dos simuladores. As planilhas construídas permitiram então que as simulações dos investimentos fossem realizadas nos mesmos moldes dos simuladores construídos no GeoGebra.

Na planilha também é possível definir/quantificar as variáveis consideradas na simulação, verificar os valores calculados mês a mês, considerando um teto de 20 anos, e ainda, no lado direito da planilha, têm-se as fórmulas utilizadas na realização dos cálculos. As taxas de juros e de inflação devem ser informadas em percentual mensal. As planilhas consistem também de mais uma ferramenta de ensino-aprendizagem para os interessados e, por esta razão, foram disponibilizadas para *download* na página do simulador *Web*.

Na Figura 3, pode-se verificar um exemplo de uma simulação, relativa à Caderneta de Poupança, realizada na planilha. No topo da planilha, na área com contorno em azul, é possível visualizar as informações consolidadas em períodos de 20, 10 e 5 anos, separados por total de capital depositado, correção monetária dos depósitos e total acumulado.

SIMULADOR DE INVESTIMENTOS EM CADERNETA DE POUPANÇA															
Informações Consolidadas				20 anos	10 anos	5 anos						20 anos	10 anos	5 anos	
Total capital depositado				R\$ 36.000,00	R\$ 24.000,00	R\$ 18.000,00						Rendimento Líquido	117,52%	51,80%	25,45%
Correção Monetária dos Depósitos				R\$ 50.148,59	R\$ 28.798,56	R\$ 19.896,43						Rendimento Real	56,15%	26,51%	13,49%
Total acumulado				R\$ 78.307,40	R\$ 36.432,25	R\$ 22.580,53									
Depósito Inicial	Taxa de Juros (a.m.)	Taxa de Inflação (a.m.)	Depósito Mensal	Não possui IR e nem taxa de administração.					Taxa Juros (a.a)	Taxa Inflação (a.a)					
R\$ 12.000,00	0,45%	0,20%	R\$ 100,00						5,54%	2,43%					
Mês	Total Depositado	Correção Monetária dos Depósitos	Total Acumulado												
0	R\$ 12.000,00	R\$ 12.000,00	R\$ 12.000,00	Cálculo Total Depositado											
1	R\$ 12.100,00	R\$ 12.124,00	R\$ 12.154,00	Saldo = Saldo <sub>anterior</sub> + Depósito <sub>mensal</sub>											
2	R\$ 12.200,00	R\$ 12.248,25	R\$ 12.308,69	Cálculo Correção Monetária dos Depósitos											
3	R\$ 12.300,00	R\$ 12.372,74	R\$ 12.464,08	Saldo = Saldo <sub>anterior</sub> * (1 + TaxaInflação <sub>mensal</sub> ) + Depósito <sub>mensal</sub>											
4	R\$ 12.400,00	R\$ 12.497,49	R\$ 12.620,17	Cálculo Total Acumulado											
5	R\$ 12.500,00	R\$ 12.622,48	R\$ 12.776,96	Saldo = Saldo <sub>anterior</sub> * (1 + TaxaJuros <sub>mensal</sub> ) + Depósito <sub>mensal</sub>											
6	R\$ 12.600,00	R\$ 12.747,73	R\$ 12.934,46												
7	R\$ 12.700,00	R\$ 12.873,23	R\$ 13.092,66												
8	R\$ 12.800,00	R\$ 12.998,97	R\$ 13.251,58												
9	R\$ 12.900,00	R\$ 13.124,97	R\$ 13.411,21												
10	R\$ 13.000,00	R\$ 13.251,22	R\$ 13.571,56												
11	R\$ 13.100,00	R\$ 13.377,72	R\$ 13.732,63												
12	R\$ 13.200,00	R\$ 13.504,48	R\$ 13.894,43												

Figura 3: Exemplo de simulador construído na planilha eletrônica.

Por sua vez, os arquivos HTML gerados no decorrer da pesquisa aqui relatada foram validados por meio do validador *Web* disponibilizado pelo W3C<sup>10</sup> (*World Wide Web Consortium*). Tal validação se deu por meio de *upload* de todos os arquivos do *Financial Tool*. Após o *upload*, por exemplo, do arquivo “*index.html*”, o validador emitiu a mensagem mostrada na Figura 4,

<sup>9</sup> Em julho de 1997 foi lançada a versão HTML4 e, em dezembro de 1999, o W3C publicou as recomendações para o HTML4.01. Em outubro de 2014 foi oficializada as recomendações para o HTML5.

<sup>10</sup> O Consórcio *World Wide Web* (W3C) é uma comunidade internacional que desenvolve padrões com o objetivo de garantir o crescimento da *Web*. Missão do W3C: conduzir a *Web* ao seu potencial máximo. Extraído de <http://www.w3c.br/Home/WebHome>



confirmando que o documento segue corretamente as regras definidas para o HTML4.01. Após a submissão dos demais arquivos, obteve-se mensagem similar para cada arquivo submetido.

### Congratulations

The uploaded document "index.html" was successfully checked as HTML 4.01 Transitional. This means that the resource in question identified itself as "HTML 4.01 Transitional" and that we successfully performed a formal validation of it. The parser implementations we used for this check are based on [OpenSP](#) (SGML/XML).

Figura 4: Validação dos arquivos HTML do *Financial Tool*. Fonte: <https://validator.w3.org/>

## 4 O Simulador e as Simulações das Aplicações Financeiras

Da pesquisa bibliográfica realizada, inferiu-se que há materiais didáticos, voltados ao Ensino Médio, que versam sobre a Matemática Financeira, fato este que corrobora com a temática adotada no trabalho aqui relatado. No entanto, não foram encontrados livros que definissem e explicassem as diferenças entre os diversos tipos de investimentos financeiros e que fossem didaticamente acessíveis aos alunos do Ensino Médio, de modo a os estimularem à reflexão sobre tais investimentos e sobre as situações financeiras cotidianas reais. Assim, em adição ao conteúdo elaborado na pesquisa, houve o desenvolvimento do simulador *Web Financial Tool*, cuja construção foi descrita na seção anterior, e a geração de simulações de aplicações financeiras de cunho didático, brevemente apresentadas a seguir.

O desenvolvimento do simulador teve como princípio norteador a geração de uma ferramenta computacional capaz de efetuar simulações de situações reais de aplicações financeiras e que tivesse potencial para estimular/instigar seu usuário à reflexão sobre o planejamento financeiro pessoal de longo prazo. Didaticamente, a criação de tal ferramenta teve como intuito o auxílio à prática docente dos professores, sendo acessível aos alunos e, eventualmente, aos demais interessados pelo tema.

De acordo com os experimentos realizados com o *software* gerado, observou-se que o simulador desenvolvido é eficaz em gerar resultados acurados e entende-se que ele possa propiciar aos alunos, de forma didática e prática, o entendimento sobre os conteúdos voltados à Matemática Financeira, principalmente no tocante à mecânica e funcionamento das aplicações/investimentos financeiros. Logo, acredita-se que, por meio do *software*, o aluno terá a possibilidade de comparar diferentes formas de investimentos, fato este que poderá contribuir para uma discussão mais aprofundada sobre o tema no âmbito escolar.

O simulador permite a realização de projeções por meio da configuração de algumas variáveis a qualquer tempo, as quais são:

- **Taxa de administração:** informada em percentual anual;
- **Taxa de juros:** informada em percentual mensal;
- **Taxa de inflação:** informada em percentual mensal;
- **Período de acumulação:** informado em anos;
- **Imposto de renda:** informado em percentual que varia de 15% a 22,5%, conforme legislação em vigor;
- **Depósito inicial:** valor depositado no dia da contratação da aplicação;
- **Depósito mensal:** valor mensal depositado, a ser acrescido ao montante aplicado.

Nas seções que seguem é fornecida uma visão geral do simulador construído e são detalhadas



as funcionalidades nele implementadas. Em adição a isso, são fornecidos exemplos práticos (simulações), que podem também ser reproduzidos pelo professor durante as aulas ou por um usuário interessado no assunto.

#### 4.1 Visão Geral do Simulador

O simulador, denominado *Financial Tool*, é uma aplicação *Web* e pode ser acessado por meio do *site* <http://sinop.unemat.br/projetos/financialtool>. Na página inicial, denominada Home (Figura 5), são mostradas algumas informações, tais como, o resumo e o objetivo da dissertação<sup>11</sup>, que motivou a construção da aplicação, além dos *links* relativos aos investimentos financeiros que foram contemplados na ferramenta.

Ao acionar o *link* do investimento desejado, o *site* é redirecionado para o respectivo simulador, no qual o usuário poderá realizar a sua própria simulação, utilizando os parâmetros que desejar. Os simuladores, relativos a cada aplicação, também podem ser acessados por meio do menu “Simuladores” (Figura 6), localizado no topo da página inicial. Neste menu é possível visualizar uma breve explicação de cada simulador e acessá-los.

Também por meio do menu presente no topo da página inicial, o usuário pode acessar a página de informações (Figura 7), a partir da qual é possível baixar os arquivos gerados no *software* GeoGebra (simuladores de cada aplicação) e que foram integrados à aplicação *Web Financial Tool*. A página de informações possui também *links* para *download* da dissertação, na qual constam todos os conteúdos e atividades, e das planilhas eletrônicas que também permitem a realização de simulações similares àquelas do *Financial Tool* (ver Seção 3.2).

**Simulador *Financial Tool***

UNEMAT Universidade do Estado de Mato Grosso

PROFMAT Mestrado Profissional em Matemática

HOME SIMULADORES INFORMAÇÕES

**Seja Bem-vindo ao Simulador de Investimentos**

Está página foi desenvolvida como parte da dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas (FACET) da Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT), como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

**Resumo**

Ao se pesquisar na literatura pertinente e em páginas de Internet, verificou-se que havia uma certa vacuidade de materiais voltados aos Ensinos Fundamental e Médio, que versassem sobre Matemática Comercial e Financeira. E mais, materiais que discorressem didaticamente sobre as aplicações financeiras eram ainda mais raros. Assim, o objetivo do trabalho aqui apresentado foi discutir o aspecto prático do ensino de Matemática Financeira para a formação dos alunos do Ensino Médio, a fim de incentivá-los a pensar em seu futuro financeiro. É óbvio que, o material aqui gerado não é de uso restrito dos alunos/professores do Ensino Médio, podendo e devendo ser utilizado por qualquer interessado pelo tema. Assim, para que as nuances relativas às aplicações financeiras fossem entendidas, a priori, foram abordados os conceitos de juros simples, juros compostos, juros reais (ganho real), inflação e imposto de renda sobre investimento. As principais formas de investimento que os cidadãos têm acesso foram conceituadas e

Figura 5: Página Inicial da aplicação *Financial Tool*.

<sup>11</sup> Este artigo tem-se como base a dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT.



**Simulador *Financial Tool***

Universidade do Estado de Mato Grosso

Mestrado Profissional em Matemática

HOME
SIMULADORES
INFORMAÇÕES

### Simulador Caderneta de Poupança

A caderneta de poupança é o investimento mais simples e popular. Até 4 de maio de 2012, os depósitos realizados nesta aplicação tinham como remuneração a Taxa Referencial (TR) mais 6% ao ano. Para os depósitos realizados após esta data, a remuneração passou a ser a Taxa Referencial (TR) mais 6% ao ano, quando a taxa SELIC, que é fixada a cada 45 dias pelo Comitê de Política Monetária (Copom) do Banco Central (BC), for maior ou igual a 8,5% ao ano. Caso contrário, o rendimento da poupança será de 70% da taxa SELIC mais a variação da TR.

### Simulador CDB (Certificado de Depósito Bancário)

O CDB é um título que os bancos emitem com o objetivo de captar dinheiro para financiar suas atividades de crédito. Neste caso, pode ser considerado como se o investidor estivesse realizando um empréstimo para o banco em troca de uma rentabilidade diária. O tipo de CDB mais comum é o pós-fixado. Neste caso a rentabilidade é definida como um percentual do CDI (Certificado de Depósito Interbancário), que, normalmente, é muito próximo a taxa SELIC ou pode ser indexada a outro indicador como, por exemplo, o IPCA. Os bancos de menor credibilidade ou tamanho tendem a oferecer as melhores taxas (CERBASI, 2003). No caso do CDB prefixado a taxa é definida no momento da contratação, não ocorrendo oscilação.

### Simulador Fundos DI

Fundos DI são fundos de renda fixa cuja política de investimento garante que ao menos 95% do seu patrimônio líquido esteja investido em ativos que

Figura 6: Página “Simuladores” da aplicação *Financial Tool*.

**Simulador *Financial Tool***

Universidade do Estado de Mato Grosso

Mestrado Profissional em Matemática

HOME
SIMULADORES
INFORMAÇÕES

### Dissertação

Para acessar a dissertação, [clique aqui](#).

### Arquivos GeoGebra

- Caderneta de Poupança
- CDB (Certificado de Depósito Bancário)
- Fundos DI
- Fundos de Renda Fixa
- Fundos de Ações

### Planilha Eletrônica

Disponibilizamos também em Planilha Eletrônica as simulações que foram realizadas através do Software GeoGebra. Para acessar, [clique aqui](#).

Copyright © 2018 - Simulador *Financial Tool*

Figura 7: Página de Informações da aplicação *Financial Tool*.

## 4.2 Simulador da Caderneta de Poupança

No início da página de cada simulador estão presentes a definição e as especificações sobre os riscos, vantagens e desvantagens deste tipo de investimento. A Figura 8 ilustra o início da referida página para o simulador da “Caderneta de Poupança”.



**Simulador *Financial Tool***

UNEMAT  
Universidade do Estado de Mato Grosso

Mestrado Profissional  
em Matemática

HOME
SIMULADORES
INFORMAÇÕES

### Caderneta de Poupança

**Definição**

A caderneta de poupança é o investimento mais simples e popular. Até 4 de maio de 2012, os depósitos realizados nesta aplicação tinham como remuneração a Taxa Referencial (TR) mais 6% ao ano. Para os depósitos realizados após esta data, a remuneração passou a ser a Taxa Referencial (TR) mais 6% ao ano, quando a taxa SELIC, que é fixada a cada 45 dias pelo Comitê de Política Monetária (Copom) do Banco Central (BC), for maior ou igual a 8,5% ao ano. Caso contrário, o rendimento da poupança será de 70% da taxa SELIC mais a variação da TR.

**Riscos**

O investimento é considerado como de baixo risco, apesar das pessoas acreditarem que não existem riscos. Se o banco no qual a aplicação for realizada quebrar, existe um fundo denominado Fundo Garantidor de Crédito (FGC) que serve como uma espécie de seguro. Tal fundo garante ao investidor prejudicado a devolução de até 250 mil reais o que pode não ser suficiente se a perda superar este valor.

**Vantagens**

De acordo com Cerbasi (2003), a poupança é o único investimento popular sobre o qual não incide imposto de renda, a taxa é idêntica em todos os

Figura 8: Interface do Simulador: Definição de Caderneta de Poupança.

Na parte inferior da página (Figura 9) tem-se o simulador propriamente dito, que permite a realização de simulações de aplicação em poupança.

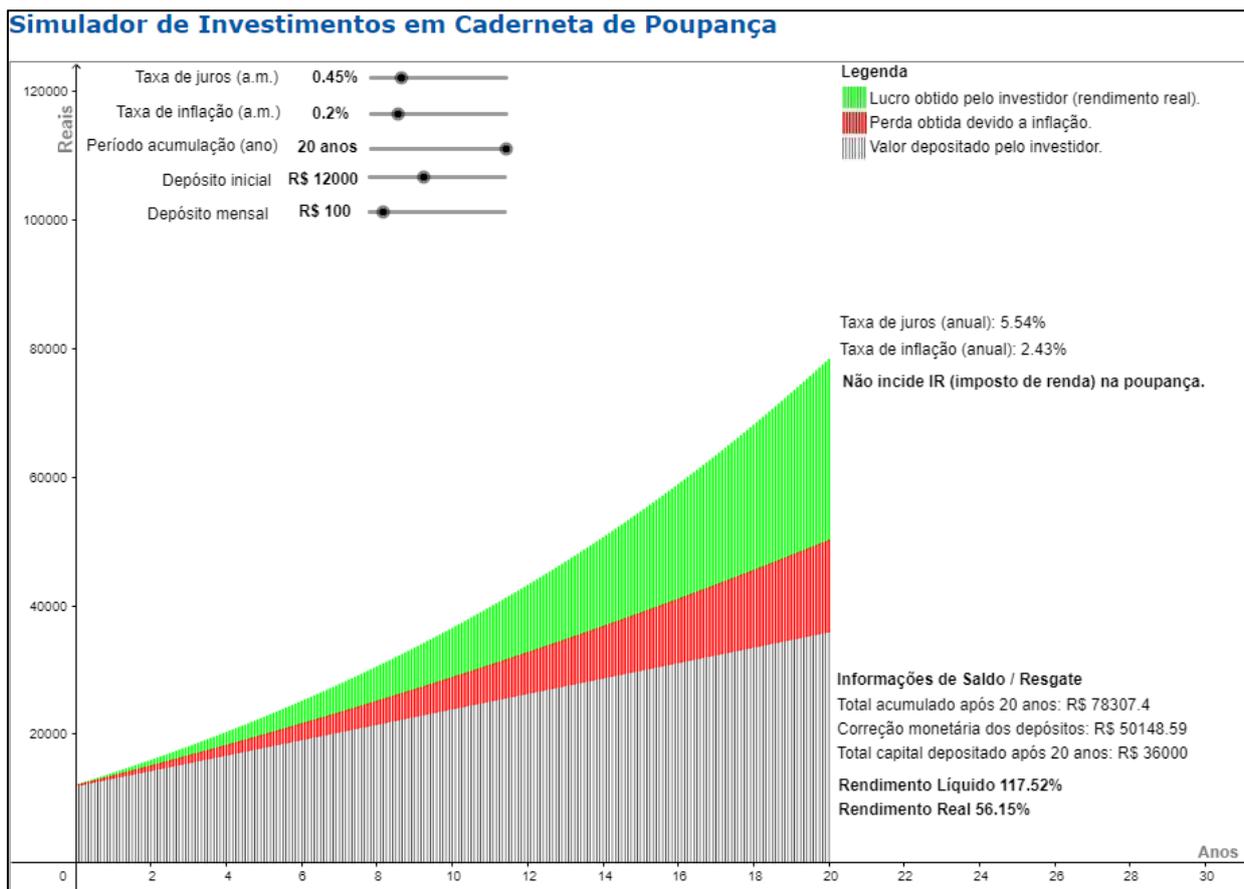


Figura 9: Simulador da Caderneta de Poupança.

Para apoiar o entendimento das funcionalidades do simulador, foram desenvolvidas e são apresentadas a seguir quatro atividades que contemplam simulações de aplicações baseadas em configurações distintas. Além dos propósitos já citados, tais atividades visam a materialização dos conceitos e a fomentação da análise dos resultados obtidos.



#### 4.2.1 Simulador da Caderneta de Poupança – Atividades

Na primeira atividade, o investidor deseja simular uma aplicação na poupança a fim de saber qual será o poder de compra do total investido após o período de acumulação da aplicação, o total acumulado e o total de capital depositado por ele, considerando as seguintes variáveis:

- **Taxa de juros:** 0,43% ao mês<sup>12</sup>, que totaliza 5,28% ao ano.
- **Taxa de inflação:** 0,20% ao mês, que totaliza 2,43% ao ano.
- **Período de acumulação:** 20 anos, que é equivalente a 240 meses.
- **Depósito inicial:** R\$12.000,00.
- **Depósito mensal:** R\$100,00.
- **Taxa de Administração e Imposto de Renda (Tributação):** não incidem imposto de renda (IR) e nem existe taxa de administração.

Dado o volume de cálculos que o investidor necessitaria realizar para obter as informações que deseja, torna-se viável e propício utilizar o simulador desenvolvido. Para tanto, é necessário apenas configurar o simulador de caderneta de poupança com os dados citados acima (ver Figura 10).

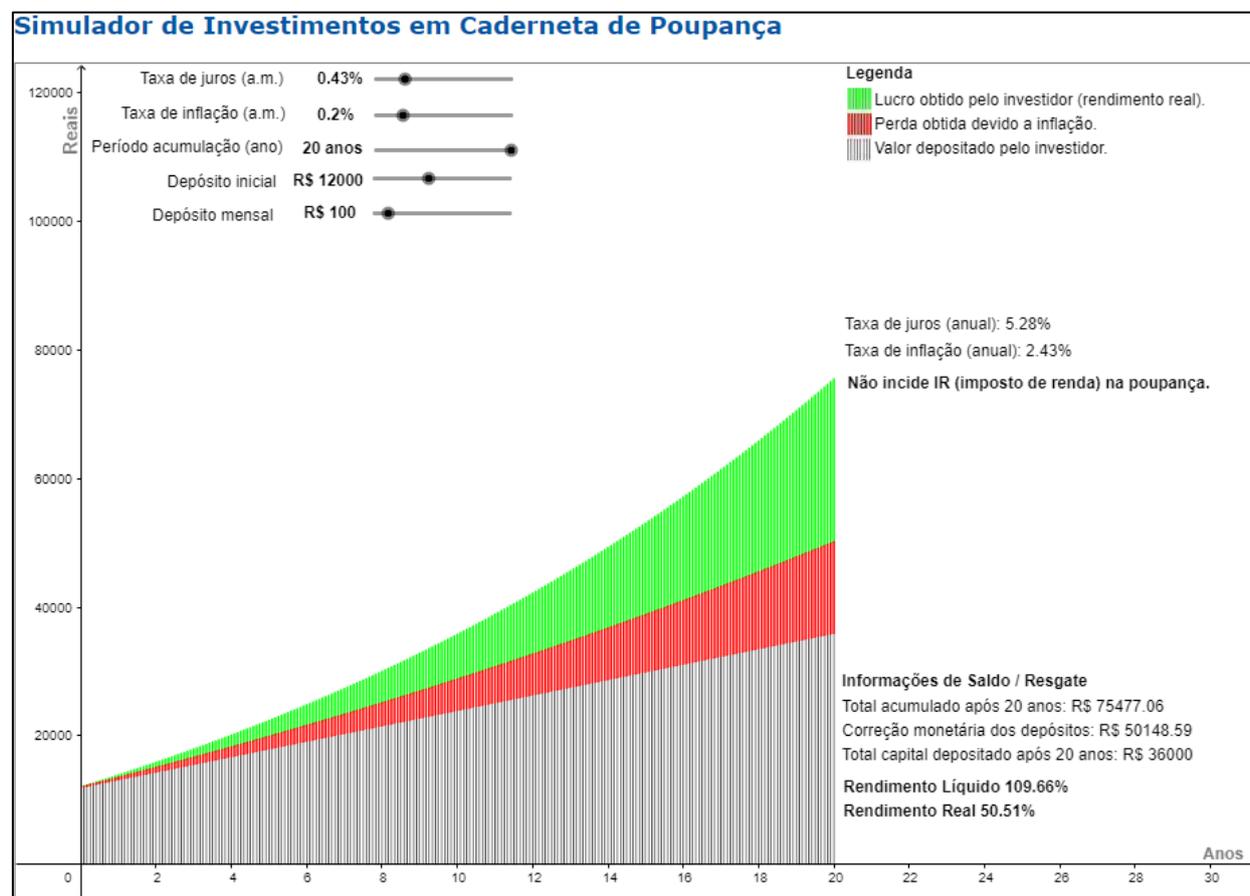


Figura 10: Simulador da Caderneta de Poupança: Atividade 1.

Como é possível observar na simulação (Figura 10), o total acumulado pelo investidor após o período de 20 anos, considerando os depósitos efetuados e a remuneração obtida por juros, será de R\$75.477,06. Já o total de capital depositado será de R\$36.000,00. Percentualmente o simulador informa que, o rendimento líquido será de 109,66% e o rendimento real de 50,51%, ou

<sup>12</sup> Utilizado na simulação a taxa referente ao período de novembro de 2017 (0,4275%), obtida no site do Banco Central: <http://www4.bcb.gov.br/pec/poupanca/poupanca.asp>. A taxa foi arredonda para 2 casas decimais.



seja, haverá um aumento do poder de compra de 50,51% o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$25.328,47 (R\$75.477,06 – R\$50.148,59) em valores absolutos.

Assim, por meio de configurações simples, o investidor, além de obter as informações que desejava, as conseguiu com um mínimo de esforço e com um nível de acurácia satisfatório.

Para as demais atividades foram mantidos os dados de entrada, com exceção dos depósitos mensais e/ou inicial, conforme Tabela 2.

Tabela 2: Definição das variáveis das atividades.

Atividades	Depósito Inicial	Depósito Mensal
Atividade 2	R\$12.000,00	R\$0,00
Atividade 3	R\$12.000,00	R\$200,00
Atividade 4	R\$5.000,00	R\$200,00

Na Tabela 3, pode-se visualizar o comparativo dos resultados com foco no Total Acumulado e no Poder de Compra, tomando como base os valores obtidos pela Atividade 1.

Tabela 3: Comparativo dos resultados.

Atividades	Depósito Inicial	Depósito Mensal	Total Acumulado	Poder de Compra	Resultado Poder de Compra
Atividade 1	R\$12.000,00	R\$100,00	R\$75.477,06	R\$25.328,47	
Atividade 2	R\$12.000,00	R\$0,00	R\$33.605,65	R\$14.222,05	-43,85%
Atividade 3	R\$12.000,00	R\$200,00	R\$117.348,48	R\$36.434,89	+43,85%
Atividade 4	R\$5.000,00	R\$200,00	R\$97.745,18	R\$28.138,69	+11,10%

Mediante aos resultados gerados nas quatro Atividades, podem-se ser efetuadas as seguintes comparações, tomando os valores obtidos na Atividade 1 como referência:

#### ➔ Atividade 1 X Atividade 2

Como era de se esperar, a ausência de depósitos mensais na atividade 2 conduziu o investidor a uma realidade bastante diferente daquela verificada na Atividade 1, uma vez que, o valor acumulado, obtido nesta nova simulação, foi bastante inferior àquele verificado no primeiro caso. Porém, tal configuração isentou o investidor de desembolsos mensais, relativos aos depósitos periódicos na aplicação.

Pode-se inferir uma regra a partir de ambas as simulações (Atividade 1 e Atividade 2): “Considerando que as leis e juros da Caderneta de Poupança são padronizados nacionalmente, então o valor acumulado será diretamente proporcional apenas aos depósitos efetuados”. Verifica-se que esta regra estabelece um ponto negativo para o investidor que, mesmo depositando quantias mais vultuosas, terá percentualmente o mesmo rendimento do investidor mais modesto.

Ao comparar as Atividades 1 e 2, têm-se que, na Atividade 1, o valor do depósito mensal foi de R\$100,00. Por outro lado, na Atividade 2 não houve depósito mensal. Na Atividade 1, o aumento do poder de compra em valores absolutos após 20 anos será de R\$25.328,47 e na Atividade 2 será de R\$14.222,05, o que implica em uma redução de valor da ordem de 43,85% em relação a Atividade 1.

#### ➔ Atividade 1 X Atividade 3

Uma vez mais, da análise dos resultados obtidos, percebe-se a proporcionalidade entre o total do valor depositado e o valor acumulado, considerando uma taxa de juros e de inflação constantes, além de um mesmo tempo de aplicação.



Ao comparar as Atividades 1 e 3, têm-se que na Atividade 1 o valor dos depósitos mensais foi de R\$100,00. Por outro lado, na Atividade 3 o valor dobrou, chegando a R\$200,00, o que representa um aumento de 100% no valor dos depósitos mensais em relação àquele da Atividade 1. Na Atividade 1, o aumento do poder de compra em valores absolutos após 20 anos será de R\$25.328,47 e na Atividade 3 será de R\$36.434,89, totalizando um aumento percentual de valor da ordem de 43,85%, em relação à Atividade 1.

#### ➔ Atividade 1 X Atividade 4

Ao comparar as Atividades 1 e 4, têm-se que na Atividade 1 o depósito inicial proposto foi de R\$12.000,00 e o valor de depósito mensal foi estabelecido em R\$100,00. Por outro lado, na Atividade 4, o valor inicial foi alterado a menor para R\$5.000,00, o que estabeleceu uma redução de valor de 58,33% em relação àquele previsto na Atividade 1. Já o valor de depósito mensal, previsto na Atividade 4, foi de R\$200,00, fato que representou um aumento de 100% em relação ao valor fixado na Atividade 1. Assim, na Atividade 1, o aumento do poder de compra em valores absolutos, alcançado após 20 anos, será de R\$25.328,47 e na Atividade 4 será de R\$28.138,69, o que representa um aumento de 11,10% em relação ao obtido na Atividade 1.

Dos resultados sintetizados acima, depreende-se que, há a necessidade de se ter disciplina no momento do investimento e, sempre que possível, se planejar para realizar depósitos mensais, os mais volumosos quanto possível. Logo, ao se manter uma regularidade e disciplina, a longo prazo os valores acumulados serão significativamente maiores, o investidor gerará maior riqueza e, conseqüentemente, o poder de compra também será mais elevado.

Do exposto até o momento, verifica-se que, mediante o uso do simulador, algumas comparações que poderiam demorar algum tempo para ocorrerem, dada a grande quantidade de cálculos necessários para se chegar aos valores anteriormente apresentados, podem ser facilmente efetuadas. E mais, acredita-se que a ferramenta, por seu *feedback*, possa auxiliar no aprendizado de Matemática Comercial e Financeira, além de propiciar as simulações/comparações apresentadas.

### 4.3 Simulador do CDB (Certificado de Depósito Bancário)

Na primeira atividade, o investidor deseja simular uma aplicação de CDB em um grande banco brasileiro, a fim de verificar o seu poder de compra, o total acumulado até o término da aplicação e o total de capital depositado, após um determinado período de tempo. Seguem as variáveis definidas pelo investidor:

- **Taxa CDI:** 7,50% ao ano.
- **Percentual do CDI:** Cabe lembrar que a taxa de rendimento do CDB é expressa como um percentual calculado sobre a taxa do CDI. Nesta simulação o percentual será de 98,50% sobre o CDI. Como a taxa de CDI considerada é de 7,5% ao ano, então a taxa de CDB será de 7,39% ao ano.
- **Taxa de inflação:** 0,20% ao mês, o que totaliza 2,43% ao ano.
- **Período de acumulação:** 20 anos, que é equivalente a 240 meses.
- **Depósito inicial:** R\$12.000,00.
- **Depósito mensal:** não há.
- **Imposto de renda:** como a aplicação ficará um período maior de 2 anos, segundo a legislação vigente, o imposto de renda considerado será de 15%.

Considerando o volume de cálculos que o investidor necessitaria realizar para obter as informações que deseja, tem-se como apoio o simulador de aplicações em CDB, cuja interface é ilustrada na Figura 11. A ilustração da Figura 11 já se encontra com as configurações fornecidas



pelo investidor. Cabe especificar que, as configurações foram ajustadas com o auxílio de botões deslizantes, presentes no canto superior esquerdo do simulador.

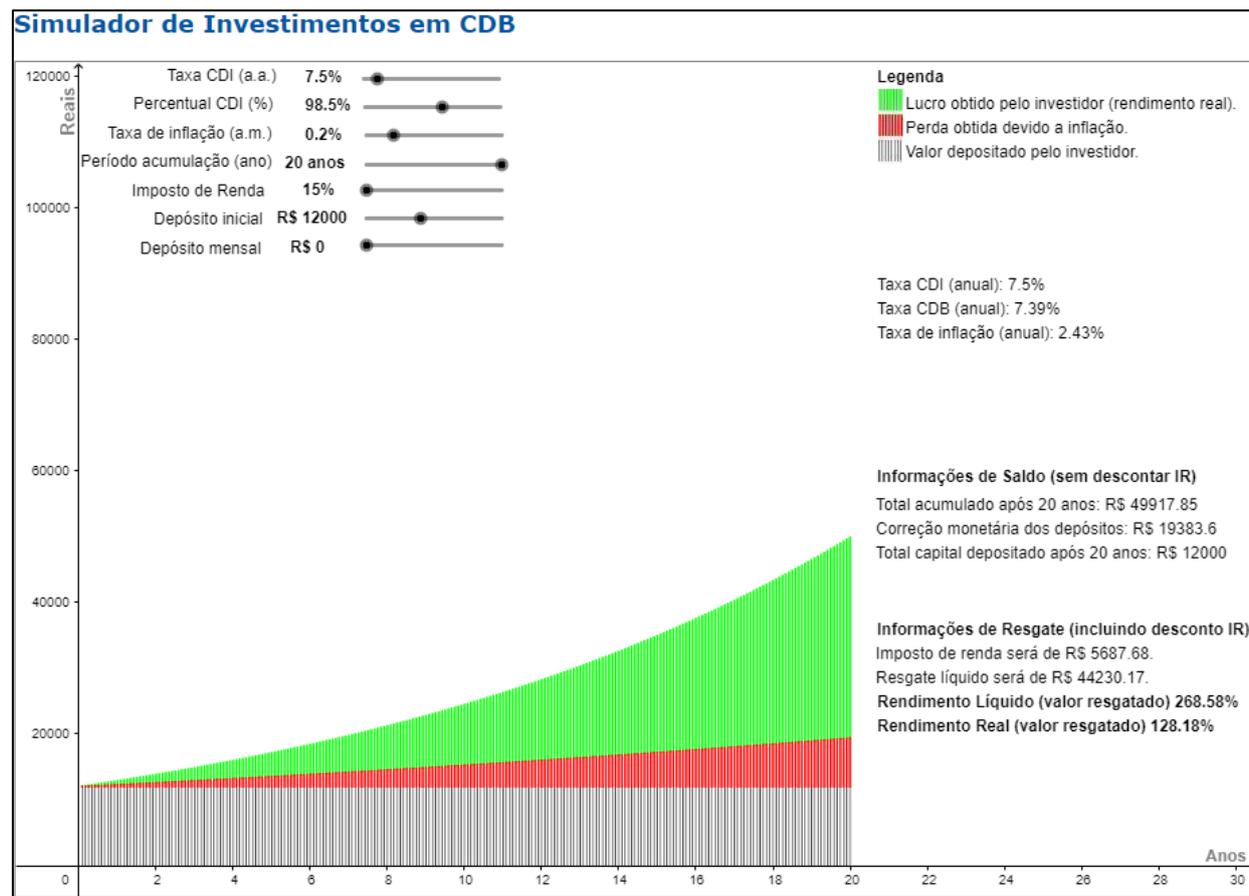


Figura 11: Simulador de CDB: Atividade 1.

Assim, na Figura 11, pode-se observar, nos campos referentes às “Informações de saldo (sem descontar IR)”, que o total acumulado (depósito inicial acrescido de juros) após o período de 20 anos será de R\$49.917,85 e o total de capital depositado será de R\$12.000,00.

Ainda é possível verificar as informações relativas ao resgate, que incluem o desconto de IR. Assim, o imposto de renda será de R\$5.687,68 e o valor líquido de resgate será de R\$44.230,17. Com base nestes valores, especifica-se que, percentualmente, o rendimento líquido será de 268,58% e o rendimento real de 128,18%, ou seja, haverá um aumento do poder de compra de 128,18%, o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$24.846,57 (R\$44.230,17 – R\$19.383,60) em valores absolutos.

Diferentemente da Caderneta de Poupança, o CDB não possui taxa de juros padronizada. Cerbasi (2003) especifica que, os bancos de menor credibilidade ou tamanho tendem a oferecer as melhores taxas. Logo, cabe ao investidor procurar pela instituição financeira que lhe dê a melhor taxa de juros, considerando ainda a estabilidade/credibilidade de tal instituição. As aplicações em CDB possuem a garantia do FGC.

Para as demais atividades foram mantidos os dados de entrada, com exceção do “Percentual do CDI”, dos depósitos mensais e/ou inicial, conforme Tabela 4.

Tabela 4: Definição das variáveis das atividades no Simulador do CDB.

Atividades	Percentual do CDI (%)	Depósito Inicial	Depósito Mensal
Atividade 2	89,00%	R\$12.000,00	R\$0,00



Atividade 3	110,00%	R\$12.000,00	R\$0,00
Atividade 4	110,00%	R\$5.000,00	R\$200,00

Na Tabela 5, pode-se visualizar o comparativo dos resultados com foco no Poder de Compra, tomando como base os valores obtidos pela Atividade 1.

Tabela 5: Comparativo dos resultados.

Atividades	Percentual do CDI (%)	Depósito Inicial	Depósito Mensal	Poder de Compra	Resultado Poder de Compra
Atividade 1	98,50%	R\$12.000,00	R\$0,00	R\$24.846,57	
Atividade 2	89,00%	R\$12.000,00	R\$0,00	R\$19.557,37	-21,29%
Atividade 3	110,00%	R\$12.000,00	R\$0,00	R\$32.208,25	+29,63%

Considerando os resultados obtidos com as simulações inerentes às Atividades propostas, apresenta-se a seguir algumas comparações, das quais infere-se conclusões relevantes.

➔ Atividade 1 X Atividade 2 X Atividade 3

Ao comparar os resultados obtidos, respectivamente, nas atividades 1, 2 e 3, pode-se notar a importância de se buscar melhores taxas de retorno. A taxa CDI considerada para cada aplicação sempre foi a mesma (7,5%), independente da instituição financeira. No entanto, houve uma alteração do percentual do CDB, que é expresso em função desta taxa de CDI. Logo, quanto maior o percentual sobre o CDI, mais elevado será o retorno, como demonstram as atividades. Ou seja, na Atividade 1, o percentual considerado sobre o CDI foi de 98,50% e o aumento do poder de compra do investidor em valores absolutos, após 20 anos, foi de R\$24.846,57. Porém, na Atividade 2, projetou-se um percentual de 89% sobre o CDI e, conseqüentemente, o aumento do poder de compra em valores absolutos baixou para R\$19.557,37, o que representa uma redução de 21,29% em relação a Atividade 1. Na Atividade 3, se supôs que o investidor tenha procurado uma instituição financeira mais modesta e que, por este motivo, lhe ofereceu um percentual de 110% sobre o CDI. Logo, o aumento do poder de compra em valores absolutos saltou para R\$32.208,25, o que representa um aumento de 29,63% em relação a Atividade 1.

Na Tabela 6, pode-se visualizar o comparativo dos resultados com foco no Poder de Compra, tomando como base os valores obtidos pela Atividade 3.

Tabela 6: Comparativo dos resultados.

Atividades	Percentual do CDI (%)	Depósito Inicial	Depósito Mensal	Poder de Compra	Resultado Poder de Compra
Atividade 3	110,00%	R\$12.000,00	R\$0,00	R\$32.208,25	
Atividade 4	110,00%	R\$5.000,00	R\$200,00	R\$58.647,67	+82,09%

Considerando os resultados obtidos, apresenta-se a seguir algumas comparações.

➔ Atividade 3 X Atividade 4

Ao se comparar as Atividades 3 e 4 verificam-se discrepâncias relevantes nas configurações. Na Atividade 3, o depósito inicial proposto foi de R\$12.000,00 e não houve depósito mensal. Por outro lado, na Atividade 4, o valor inicial foi de R\$5.000,00, o que estabelece uma redução de 58,33% em relação ao fixado na Atividade 3, e o valor mensal foi de R\$200,00. Na Atividade 3, o aumento do poder de compra em valores absolutos após 20 anos foi de R\$32.208,25 e na Atividade 4 foi de R\$58.647,67, chegando-se a um aumento de 82,09% desta última em relação



à Atividade 3. Assim, como o previsto para a Caderneta de Poupança, o acréscimo gerado por depósitos é igualmente relevante ao longo do tempo.

Da explanação, infere-se a importância de se ter disciplina no momento do investimento e, sempre que possível, se planejar para realizar depósitos mensais. Ao se manter uma regularidade e disciplina financeira ao longo do período da aplicação, verifica-se que os valores acumulados poderão ser significativamente maiores, o investidor poderá gerar maior riqueza e, conseqüentemente, o poder de compra também poderá ser mais elevado. Também é importante salientar, a importância de se buscar uma instituição financeira que forneça uma aplicação CDB que remunere o investidor com um percentual sobre o CDI mais vultuoso, pois isto influenciará diretamente a rentabilidade da aplicação.

#### 4.4 Simulador de Fundos DI

Na primeira atividade, o investidor deseja simular uma aplicação de Fundos DI, a fim de verificar o seu poder de compra, o total acumulado até o término da aplicação e o total de capital depositado, após um determinado período. Seguem as variáveis definidas pelo investidor:

- **Taxa de administração:** 1,0% ao ano.
- **Taxa de juros:** 0,55% ao mês, o que totaliza 6,8% ao ano.
- **Taxa de inflação:** 0,20% ao mês, o que totaliza 2,43% ao ano.
- **Período de acumulação:** 20 anos, que é equivalente a 240 meses.
- **Depósito inicial:** R\$12.000,00.
- **Depósito mensal:** não há.
- **Imposto de renda:** como a aplicação ficará um período maior que 2 anos, segundo a legislação vigente, o imposto de renda considerado será de 15%.

Na Figura 12, pode-se observar, nos campos referentes às “Informações de saldo (sem descontar IR)”, que o total acumulado (depósito inicial acrescido de juros e descontada a taxa de administração), após o período de 20 anos, será de R\$36.715,83 e o total de capital depositado será de R\$12.000,00.

Na interface da Figura 12, ainda é possível verificar as informações relativas ao resgate, que incluem o desconto de IR. O valor do imposto de renda será de R\$3.707,37 e o valor líquido de resgate será de R\$33.008,46. Com base nestes valores, especifica-se que, percentualmente, o rendimento líquido será de 175,07% e o rendimento real de 70,29%, ou seja, haverá um aumento do poder de compra de 70,29%, o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$13.624,86 (R\$33.008,46 – R\$19.383,60) em valores absolutos.

Especifica-se que, os fundos são geridos por profissionais especializados, denominados gestores, os quais são responsáveis por determinar a estratégia de aplicação dos fundos, respeitando o regulamento do fundo. Os fundos de investimento não possuem a garantia do FGC. Assim, é importante procurar investir em fundos disponibilizados por instituições sólidas e/ou com boa reputação no mercado.

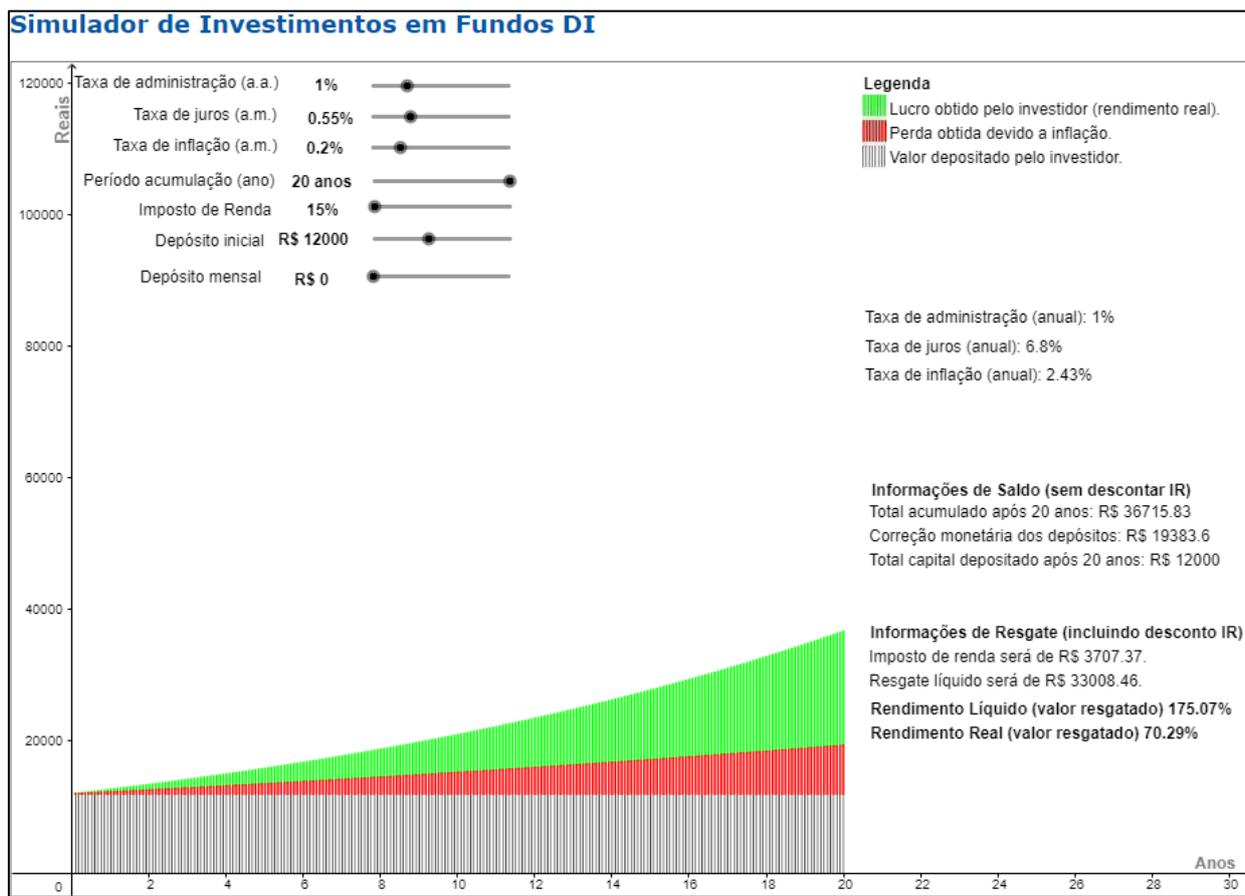


Figura 12: Simulador de Fundos DI: Atividade 1.

Para as demais atividades foram mantidos os dados de entrada, com exceção da taxa de administração, dos depósitos mensais e/ou inicial, conforme Tabela 7.

Tabela 7: Definição das variáveis das atividades no Simulador de Fundos DI.

Atividades	Taxa de Administração (a.a.)	Depósito Inicial	Depósito Mensal
Atividade 2	2,00% a.a.	R\$12.000,00	R\$0,00
Atividade 3	0,30% a.a.	R\$12.000,00	R\$0,00
Atividade 4	1,00% a.a.	R\$5.000,00	R\$200,00

Na Tabela 8, pode-se visualizar o comparativo dos resultados com foco no valor do Resgate Líquido e no Poder de Compra, tomando como base os valores obtidos pela Atividade 1.

Tabela 8: Comparativo dos resultados.

Atividades	Taxa de Administração	Depósito Inicial	Depósito Mensal	Poder de Compra	Resultado Poder de Compra
Atividade 1	1,00% a.m.	R\$12.000,00	R\$0,00	R\$13.624,86	
Atividade 2	2,00% a.m.	R\$12.000,00	R\$0,00	R\$8.058,50	-40,85%
Atividade 3	0,30% a.m.	R\$12.000,00	R\$0,00	R\$18.260,31	+34,02%
Atividade 4	1,00% a.m.	R\$5.000,00	R\$200,00	R\$26.316,27	+93,15%

Considerando os resultados obtidos com as simulações inerentes às Atividades propostas, apresenta-se a seguir algumas comparações, das quais infere-se conclusões relevantes.

➔ Atividade 1 X Atividade 2 X Atividade 3



Ao se comparar os resultados obtidos, respectivamente, nas atividades 1, 2 e 3, pode-se notar a importância de se buscar melhores taxas de administração. O objetivo destes fundos é acompanhar a tendência da taxa de juros de mercado, ou seja, do CDI. Os recursos são aplicados em títulos públicos federais e/ou ativos com baixo risco de crédito de mercado (Cerbasi, 2003).

Logo, as rentabilidades destes fundos são muito próximas e o diferencial de rentabilidade será, basicamente, a taxa de administração. É muito importante também, quando da realização do investimento, considerar estabilidade/confiabilidade da instituição financeira responsável pela gestão do fundo, uma vez que as aplicações neste tipo de investimento não são garantidas pelo FGC.

Nas Atividades 1, 2 e 3 foram considerados os mesmos parâmetros para a simulação, com exceção da taxa de administração. Na Atividade 1, a taxa de administração proposta foi de 1% e o aumento do poder de compra do investidor em valores absolutos, após 20 anos, foi de R\$13.624,86. Na Atividade 2 a taxa de administração considerada foi de 2%, logo o aumento do poder de compra do investidor em valores absolutos foi de R\$8.058,50. Por fim, na atividade 3 a taxa de administração proposta foi de 0,3% e o aumento do poder de compra em valores absolutos foi de R\$18.260,31.

Desta forma, pôde-se observar que, quanto menor a taxa de administração, maior será a rentabilidade do investimento, pois ela interfere diretamente no rendimento do fundo.

#### ➔ Atividade 1 X Atividade 4

Ao se comparar as Atividades 1 e 4 verificam-se diferenças relevantes nas configurações. Na Atividade 1, o depósito inicial proposto foi de R\$12.000,00 e não houve depósito mensal. Por outro lado, na Atividade 4, o valor inicial foi de R\$5.000,00, o que estabelece uma redução de 58,33% em relação ao fixado na Atividade 1, e o valor mensal foi de R\$200,00. Na Atividade 1, o aumento do poder de compra em valores absolutos após 20 anos foi de R\$13.624,86 e na Atividade 4 foi de R\$26.316,27, chegando-se a um aumento de 93,15% em relação à Atividade 1. Assim, como o verificado para a Caderneta de Poupança e para aplicações em CDB, o acréscimo gerado por depósitos efetuados ao longo do período da aplicação é igualmente relevante ao longo do tempo.

Da explanação, mais uma vez, pode-se verificar a importância de se ter disciplina no momento do investimento e, sempre que possível, se planejar para realizar depósitos mensais. Ao se manter uma regularidade e disciplina financeira ao longo do período da aplicação, verifica-se que os valores acumulados poderão ser significativamente maiores, o investidor poderá gerar maior riqueza e, conseqüentemente, o poder de compra também poderá ser mais elevado. Também é importante reforçar, a importância de escolher fundos DI de instituições financeiras sólidas, uma vez que este tipo de investimento não é garantido pelo FGC. Além disso, buscar taxas de administração mais módicas é altamente aconselhável.

### **4.5 Simulador de Fundos de Renda Fixa**

O simulador de fundos de renda fixa é similar ao simulador de fundos DI, principalmente no tocante aos parâmetros utilizados para a simulação dos investimentos. A diferença entre estes fundos está na sua composição. Os fundos de renda fixa devem possuir, no mínimo, 80% da carteira em ativos relacionados diretamente, ou sintetizados via derivativos, ao fator de risco ativos de renda fixa. Por outro lado, os fundos DI possuem como regra, em sua política de investimento, que ao menos 95% do seu patrimônio líquido esteja investido em ativos que acompanhem, direta ou indiretamente, a variação do CDI ou da taxa Selic.



Neste caso, o simulador possui os mesmos parâmetros desenvolvidos para o Simulador de Fundos DI. Desta forma, optou-se por não detalhar e não incluir novas atividades propostas, uma vez que isso já foi realizado no Simulador de Fundos DI.

#### 4.6 Simulador de Fundos de Ações

Na primeira atividade, o investidor deseja simular uma aplicação em fundos de ações a fim de saber qual será o poder de compra do total investido após o período de acumulação da aplicação, o total acumulado e o total de capital depositado por ele, considerando as seguintes variáveis:

- **Taxa de administração:** 2% ao ano.
- **Taxa de juros:** 1% ao mês, que totaliza 12,68% ao ano.
- **Taxa de inflação:** 0,20% ao mês, que totaliza 2,43% ao ano.
- **Período de acumulação:** 20 anos, que é equivalente a 240 meses.
- **Imposto de renda:** 15%.
- **Depósito inicial:** R\$12.000,00.
- **Depósito mensal:** R\$0,00.

Na Figura 13 é possível visualizar a imagem do simulador com as configurações propostas pelo investidor.

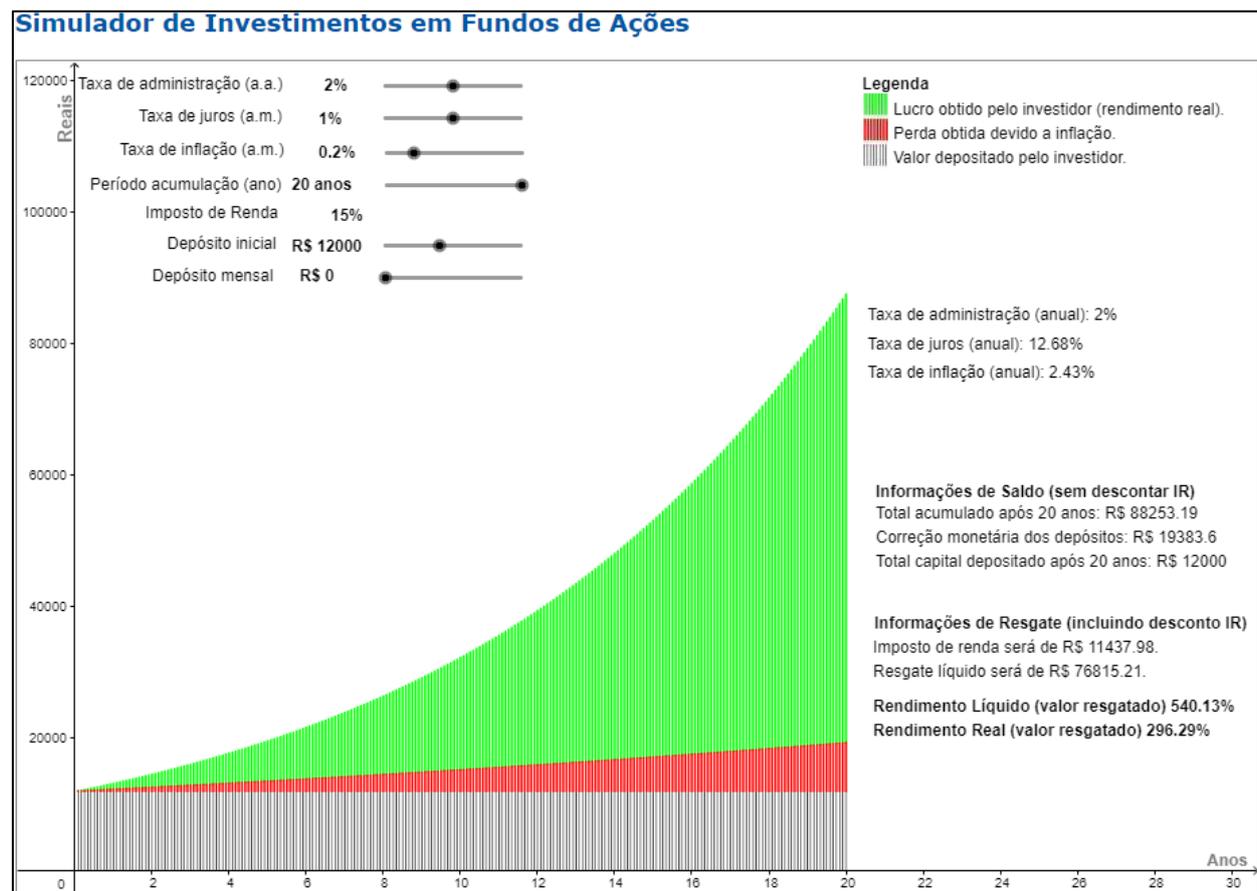


Figura 13: Simulador de Fundos de Ações: Atividade 1.

Como é possível observar na simulação ilustrada na Figura 13, nos campos referentes às “Informações de saldo (sem descontar IR)”, o total acumulado (depósito inicial acrescido de juros descontada a taxa de administração) após o período de 20 anos será de R\$88.253,19 e o total de capital depositado será de R\$12.000,00.



Ainda é possível verificar as informações relativas ao resgate, que incluem o desconto de IR. O imposto de renda será de R\$11.437,98 e o valor líquido de resgate será de R\$76.815,21. Com base nestes valores, especifica-se que, percentualmente, o rendimento líquido será de 540,13% e o rendimento real de 296,29%, ou seja, haverá um aumento do poder de compra de 296,29%, o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$57.431,61 (R\$76.815,21 – R\$19.383,60) em valores absolutos.

Cabe ressaltar que, os fundos de ações em muito se assemelham aos Fundos DI e ao CDB. No entanto, a alta volatilidade da cotação das ações decorrentes das especulações dos investidores e das incertezas do mercado caracterizam esta aplicação como sendo de alto risco. Assim, mesmo que se tenha fixado a taxa de juros na simulação, esta pode ser indesejavelmente instável.

Para as demais atividades foram mantidos os dados de entrada, com exceção da taxa de juros, dos depósitos mensais e/ou inicial, conforme Tabela 9.

Tabela 9: Definição das variáveis das atividades no Simulador de Fundos de Ações.

Atividades	Taxa de Juros (a.m.)	Depósito Inicial	Depósito Mensal
Atividade 2	2% a.m. (26,82% a.a.)	R\$12.000,00	R\$0,00
Atividade 3	1,25% a.m. (16,08% a.a.)	R\$12.000,00	R\$0,00
Atividade 4	1% a.m. (12,68% a.a.)	R\$5.000,00	R\$300,00

Na Tabela 10, pode-se visualizar o comparativo dos resultados com foco no valor do Resgate Líquido e no Poder de Compra, tomando como base os valores obtidos pela Atividade 1.

Tabela 10: Comparativo dos resultados.

Atividades	Taxa de Juros	Depósito Inicial	Depósito Mensal	Resgate Líquido	Poder de Compra	Resultado Poder de Compra
Atividade 1	1,00% a.m.	R\$12.000,00	R\$0,00	R\$76.815,21	R\$57.431,61	
Atividade 2	2,00% a.m.	R\$12.000,00	R\$0,00	R\$802.988,26	R\$783.604,66	+1.264,41%
Atividade 3	1,25% a.m.	R\$12.000,00	R\$0,00	R\$137.709,19	R\$118.325,59	+106,03%
Atividade 4	1,00% a.m.	R\$5.000,00	R\$300,00	R\$236.900,62	R\$136.529,13	+137,72%

Mediante aos resultados gerados nas quatro Atividades, podem-se ser efetuadas as seguintes comparações:

➔ Atividade 1 X Atividade 2

Como pôde-se perceber, somente o fato de aumentar de 1% para 2% a taxa de juros mensal, obteve-se rendimentos mais expressivos. Mais uma vez, este fato indica a relevância de um planejamento de longo prazo e a escolha correta do tipo de investimento. Aplicações que tem perspectiva de ótimos resultados, normalmente possuem riscos bem elevados. Desta forma, se por um lado a rentabilidade da aplicação pode ser alta, satisfazendo a expectativa do investidor, por outro, a rentabilidade também pode ser negativa, reduzindo inclusive o capital aplicado.

➔ Atividade 2 X Atividade 3

Verifica-se uma grande discrepância nesta comparação, sendo que o poder de compra obtido na Atividade 3 é a menor. Assim, chama-se a atenção para o fato de que apenas uma redução de 0,75% na taxa de juros mensal, ao longo de 20 anos, causou um decréscimo considerável no poder de compra. Em contrapartida, depreende-se que, buscar taxas de retorno, mesmo que ligeiramente superiores, pode conduzir o investidor a lucros mais expressivos.



#### ➔ Atividade 1 X Atividade 2 X Atividade 3

Ao se comparar as Atividades 1, 2 e 3, têm-se que nelas as taxas de juros foram 1%, 2% e 1,25% ao ano, respectivamente. Ao se comparar o resultado das simulações das Atividades 1 e 2, observa-se que o aumento do poder de compra em valores absolutos da Atividade 2 (R\$783.604,66) foi 1264,41% maior que o da Atividade 1 (R\$57.431,61). Ao comparar as atividades 1 e 3, têm-se que o aumento do poder de compra em valores absolutos da Atividade 3 (R\$118.325,59) foi 106,03% superior que o da Atividade 1.

A partir destes fatos numéricos, pode-se verificar a importância de avaliar todos os parâmetros envolvidos ao escolher o investimento, principalmente, os que interferem diretamente no rendimento, como a taxa de juros.

#### ➔ Atividade 1 X Atividade 4

Ao se comparar as Atividades 1 e 4, têm-se que, na Atividade 1, o depósito inicial proposto foi de R\$12.000,00 e não ocorreram depósitos mensais. Por outro lado, na Atividade 4, o valor inicial foi alterado para R\$5.000,00, o que estabeleceu uma redução de valor de 58,33% em relação àquele previsto na Atividade 1. Já, o valor mensal, previsto na Atividade 4, foi de R\$300,00. Assim, na Atividade 1, o aumento do poder de compra em valores absolutos, alcançado após 20 anos, foi de R\$57.431,61 e na Atividade 4 foi de R\$136.529,13, o que representa um aumento de 137,72% em relação ao obtido na Atividade 1.

Os resultados acima mais uma vez reforçam a importância de se efetuar depósitos mensais durante aplicações a longo prazo. O retorno será relativamente maior e o investidor gerará maior riqueza e, conseqüentemente, conseguirá atingir mais rapidamente os seus objetivos.

De acordo com Halfeld (2008), poupar é necessário, mas é preciso saber investir. Infere-se que é importante sempre buscar taxas de retorno, levando em conta os riscos assumidos. Como as aplicações em fundos de ações são de alto risco, o investidor sempre deverá buscar opções que tragam boas rentabilidades com risco menores. Ou seja, caso a expectativa de rentabilidade dos fundos de ações seja próxima a das aplicações que possuem baixo risco (poupança, fundos de renda fixa, CDB e fundos DI) é recomendável optar por estas últimas.

## 5 Conclusões

A pesquisa consistiu na elaboração de um material didático-pedagógico sobre o tema “Educação Financeira”. O material elaborado contempla tópicos de Matemática Financeira, possuindo como foco principal as aplicações financeiras. Em complemento à teoria, foram criados exercícios de simulação, os quais foram resolvidos por meio do simulador *Financial Tool*, o qual foi projetado, construído e validado no âmbito da pesquisa e consiste no seu principal produto.

Durante o trabalho foram discutidos, principalmente, os investimentos definidos pelo mercado como conservadores, com exceção dos fundos de ações, que são investimentos de alto risco. E mais, além da explanação sobre as definições e nuances das aplicações, buscou-se, ao longo do documento, mostrar empiricamente quais parâmetros influenciavam diretamente sobre o rendimento do investidor. Foi mostrado, por meio das atividades, que, o principal fator que contribui para uma rentabilidade melhor é a regularidade de depósitos nas aplicações, além da obtenção de melhores taxas de retorno. Em contrapartida, verificou-se que taxas de administração, prazos de investimento relativamente curtos, taxas de retorno irrisórias e impostos, podem reduzir o ganho do investidor.



Entende-se que a ferramenta computacional, aliada ao estudo de conteúdos pertinentes, poderá estimular os alunos e interessados a pensarem em sua vida financeira e a se planejarem melhor para a conquista de objetivos ou, até mesmo, de sua independência financeira. Assim, infere-se que, por meio desta estratégia, se possa mostrar para os alunos e interessados que existem opções além da poupança e que, em muitos casos, essas opções possuem riscos similares ao da poupança, podendo gerar um ganho igual ou superior ao obtido por ela. Em adição a isso, em alguns casos, o risco pode ser minimizado por conta do FGC, que garante investimentos de até R\$250.000,00, em caso de falência da instituição financeira contratada.

Por fim, entende-se que este trabalho poderá contribuir positivamente, tanto para com os professores que optarem pelo uso do *Financial Tool*, durante a abordagem do tema Matemática Financeira em suas aulas, quanto com a aprendizagem dos alunos e interessados, quando do estudo dos temas relacionados às finanças e às aplicações financeiras. Com intuito de ratificar este entendimento acerca do simulador gerado, sugere-se como trabalho futuro, a aplicação da ferramenta *Financial Tool* junto aos estudantes do Ensino Médio (Pesquisa Aplicada), de modo a estabelecer as suas reais potencialidades educacionais no processo ensino-aprendizagem.

## Agradecimentos

Agradecemos à UNEMAT (Universidade do Estado de Mato Grosso) pela oportunidade de realização do trabalho aqui relatado, à SBM (Sociedade Brasileira de Matemática) e ao IMPA (Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada), responsáveis pelo PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), e à UFMT (Universidade Federal de Mato Grosso) pelo apoio durante a minha participação no Mestrado.

## Referências

- Amorim, C. M. I. (2014). Matemática Financeira – Abordagem voltada para a cidadania. Dissertação de mestrado, Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Retrieved from [https://sca.profmtat-sbm.org.br/sca\\_v2/get\\_tcc3.php?id=321](https://sca.profmtat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=321) [GS SEARCH]
- Assaf Neto, A. (2016). Matemática Financeira e suas Aplicações (12a ed.). São Paulo: Atlas.
- Bertagnolli, S. C., & Miletto, E. M. (2014). Desenvolvimento de Software II: Introdução ao Desenvolvimento Web com HTML, CSS, JavaScript e PHP. Porto Alegre: Bookman.
- Borges, D. L., & Uller, L. P. (2015). Você sabe o que é CDI? Entenda a relação dele com seus investimentos. Recuperado em 23 julho, 2017, de <http://www.infomoney.com.br/onde-investir/renda-fixa/noticia/4244282/voce-sabe-que-cdi-entenda-relacao-dele-com-seus-investimentos>
- Cerbasi, G. (2003). Dinheiro: os segredos de quem tem – como conquistar e manter sua independência financeira (13a ed.). São Paulo: Editora Gente.
- Comissão de Valores Mobiliários (2014). Instrução CVM nº 555, de 17 de dezembro de 2014. Recuperado em 7 janeiro, 2018, de <http://www.cvm.gov.br/export/sites/cvm/legislacao/instrucoes/anexos/500/inst555.pdf>
- Fortuna, Eduardo (2005). Mercado Financeiro: produtos e serviços (16a ed.). Rio de Janeiro: Qualitymark.
- Gonçalves, A. C. P., Gonçalves, R. R., Santacruz, R., & Matesco, V. R. (2010). Economia



- aplicada (9a ed.). Rio de Janeiro: FGV.
- Halfeld, M. (2008). Investimentos: como administrar melhor seu dinheiro (3a ed.). São Paulo: Fundamento Educacional.
- Hofmann, R. M., & Moro, M. L. F. (2013). Educação matemática e educação financeira: perspectivas para a ENEF. *Zetetiké*, 20(2), 37-54. [GS SEARCH]
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Dynamic Mathematics with GeoGebra. *The Journal of Online Mathematics and Its Applications*, 7. Article ID 1448. Recuperado em 15 janeiro, 2018, de [https://www.maa.org/external\\_archive/joma/Volume7/Hohenwarter/index.html](https://www.maa.org/external_archive/joma/Volume7/Hohenwarter/index.html)
- Manual GeoGebra. Recuperado em 23 julho, 2017, de <https://wiki.geogebra.org/pt/Manual>
- Mendonça, M. S., & Pires, R. F. (2018). A Study on the Exponential Function Learning in the computing environment (Um Estudo sobre a Aprendizagem de Função Exponencial no Ambiente Computacional). *Brazilian Journal of Computers in Education (Revista Brasileira de Informática na Educação - RBIE)*, 26(2), 01-28. DOI: <https://doi.org/10.5753/RBIE.2018.26.02.1> [GS SEARCH]
- Monzon, L. W., & Gravina, M. A. (2013). An Introduction to Complex Variable Functions in High School: a possibility through the use of interactive animations (Uma Introdução às Funções de Variável Complexa no Ensino Médio: uma possibilidade através do uso de animações interativas). *Bolema [online]*. 27(46), 645-661. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2013000300020> [GS SEARCH]
- Oliveira, A. A. (2014). Matemática Financeira: Análise de Livros Didáticos. Dissertação de mestrado, Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Retrieved from [https://sca.proformat-sbm.org.br/sca\\_v2/get\\_tcc3.php?id=30](https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=30)
- Vieira Júnior, J. E. (2017). Matemática e Educação Previdenciária. Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA, Brasil. Retrieved from [https://sca.proformat-sbm.org.br/sca\\_v2/get\\_tcc3.php?id=94739](https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=94739)